

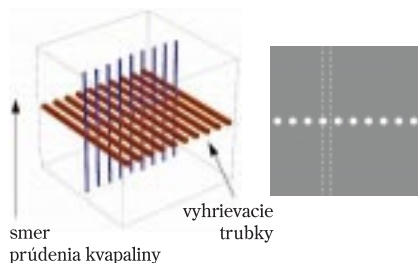
FEMLAB

- revoluční simulační nástroj (3)

Karel Bittner

Příklad výpočtu výměníku tepla

Následující příklad řeší proudění ohříváné vody ve výměníku tepla. Voda proudí ze spodní části výměníku kolem topných těles směrem nahoru. 3D úlohu zjednodušíme na úlohu ve 2D podle obr. 4. Na vytvářený model se zaměříme jako na aplikaci, která řeší zároveň prostup tepla a proudění vody, popsané Navier-Stokesovou rovnicí pro nestlačitelné proudění. Řešíme tedy multifyzikální úlohu se čtyřmi neznámými proměnnými: složky rychlosti proudění ve směru x a y , tlaku a teploty.



Obr.4 Zjednodušení 3D úlohy na 2D a využití symetrie modelu

K řešení použijeme Navier-Stokesovu rovnici ve tvaru

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = -\nabla p + \eta \nabla^2 u + F$$

$$\nabla \cdot u = 0$$

kde F je objemová síla,
 ρ – měrná hustota vody,
 η – dynamická viskozita,
 u – vektor rychlosti.

Teplotná rovnice je dána vztahem

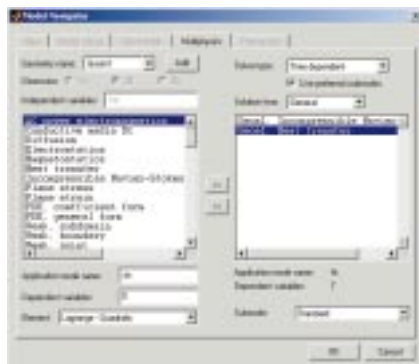
$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T + \rho c_p T u) = Q$$

kde c_p je tepelná kapacita,
 T – teplota,
 ρ – měrná hustota vody,
 Q – zdroj tepla.

V Model navigátoru zvolíme multifyzikální aplikaci Heat transfer a Incompressible Navier-Stokes. Zvolením obou režimů zároveň vybereme shora uvedené PDR, které bude FEMLAB řešit, u obou režimů jsou zobrazeny závislé proměnné veličiny (T , u , v a p). Defaultní konečné prvky pro

řešení proudění jsou smíšené trojúhelníkové Lagrangeovy elementy prvního a druhého řádu, pro aplikaci prostupu tepla jsou to Lagrangeovy elementy druhého řádu.

V dalším kroku vytvoříme jednoduché geometrické těleso znázorňující část prostředí, ve kterém proudí ohříváná voda. Použijeme obdélník o rozměru 0,005 x 0,04 m. Kruhový výřez znázorňující polovinu trubky výměníku vytvoříme odečtením kružnice o poloměru 0,0025 m použitím boolevské operace difference.



Obr.5 Zadání multifyzikální úlohy, proudění a prostupu tepla

V následujícím kroku zadáme okrajové podmínky pro každý z aplikačních režimů zvlášť. Volbou režimu se zároveň mění obsah dialogového okna pro zadání těchto podmínek. V režimu prostupu tepla zadáme teplotu vody na vstupu (ve spodní části geometrie) a teplotu trubky, která vodu vyhřívá (půlkruhový výřez v obdélníku). Ostatní hrany geometrie označíme jako symetrické těleso. Dále zadáme okrajové podmínky pro režim proudění vody. Na vstupu vody do ohříváče zadáme rychlost proudící vody a na výstupu položíme tlak, který je rovný nule. V okolí kruhového průřezu geometrie zadáme nulové složky rychlosti proudící vody (u , $v = 0$), ostatní části průřezu označíme opět jako symetrické.

Volbou subdomény zadáme fyzikální vlastnosti proudícího média. Z hlediska prostupu tepla je třeba znát měrnou hustotu vody ρ_0 , její tepelnou kapacitu c_p a te-

plnou vodivost k_c . Jako tepelný zdroj uvedeme výraz pro šíření tepelného toku, protože v modelu není rozložený tepelný zdroj:

$$-c_p \cdot \rho_0 \cdot (T_x \cdot u + T_y \cdot v)$$

kde T_x a T_y jsou derivace teploty podle souřadnic x a y . (Hodnoty derivací T_x a T_y jsou ve FEMLABu automaticky k dispozici jako vnitřní proměnné). Pro řešení úlohy v čase zadáme hodnotu závislé proměnné T v čase t_0 . Zvolením režimu proudění Navier-Stokes získáme dialog vyžadující měrnou hustotu proudící vody ρ_0 a její dynamickou viskozitu. Objemová síla se projeví v souvislosti se změnou hustoty vody vlivem teploty. Objemovou sílu ve směru osy y vyjádříme výrazem:

$$\alpha_0 \cdot g_0 \cdot \rho_0 \cdot (T - T_0)$$

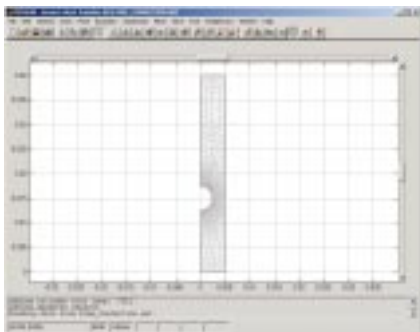
kde α_0 je teplotní roztažnost vody, g_0 je gravitační zrychlení a ρ_0 je měrná hustota vody. T_0 je teplota vody na vstupu do ohříváče. Pro řešení úlohy v čase zadáme hodnotu vstupní rychlosti v_0 v čase t_0 .



Obr.6 Příklad zadání okrajových podmínek Navier-Stokesovy rovnice

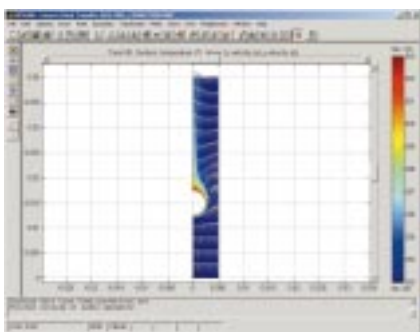
Předchozími úkony jsme připravili úlohu k řešení, viz první etapa pracovního postupu. V následujícím kroku provedeme řešení úlohy. Vygenerujeme síť bez jakýchkoliv dalších úprav a spustíme řešení. Využijeme přitom implicitně nastavený nelineární řešič. Výsledkem je barevné znázornění teploty v proudící vodě.

Chceme však také znát, jakým způsobem voda ve výměníku proudí. Nastavením parametrů v dialogu *Post* (jako postprocessor) zvolíme vykreslení složek rychlosti ve



Obr.7 Vytvořená geometrie s generovanou sítí

směru osy x a y pomocí vektorů – položka Arrow. Výsledkem je současně znázornění proudění vody a rozložení teploty. Kromě teploty máme možnost znázorňovat teplotní gradienty a tepelné toky, složky vektorů rychlosti u, v, tlak, rychlostní pole a vířivost.



Obr.8 Rozložení teploty a rychlost proudění vody ve výměníku tepla

Pomocí řezů můžeme zobrazit např. graf profilu teploty T v libovolném řezu modelem.

Abychom zjistili průměrnou teplotu vody na výstupu z výměníku, můžeme využít další vlastnosti FEMLABu, a tou je integrace hranice nebo subdomény. Na tomto příkladě použijeme integraci hranice na výstupu z výměníku. Průměrná teplota je dána podílem dvou integrálů:

$$T_{prum} = \frac{\int T v dx}{\int v dx}$$

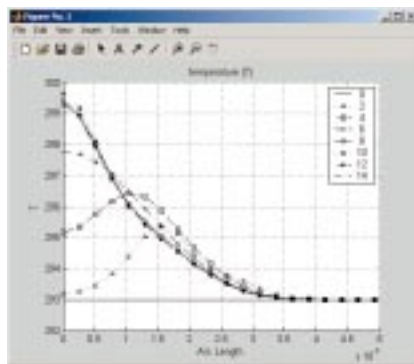
Využitím dialogu pro integraci hranic postupně zjistíme jednotlivé hodnoty integrálů a zápisem výsledků do pracovního prostoru MATLABu podílem dvou získaných hodnot vypočteme průměrnou teplotu ohříváné vody.

V poslední části uvedeného příkladu vyřešíme naši úlohu v závislosti na čase,

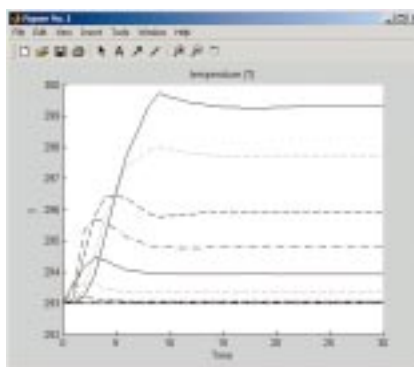
abychom zjistili, za jak dlouho ohříváč po zapnutí dosáhne stabilního stavu. Předpokladem tedy bude zapnutí ohříváče, ve kterém již proudí voda. Nejprve samostatně vypočteme proudění vody v (aplikace Navier-Stokes), což bude sloužit jako počáteční podmínka pro další výpočet závislý na čase. V dialogu pro nastavení parametrů zvolíme pouze režim incompressible Navier-Stokes a spustíme řešení.

Po skončení výpočtu nastavíme časově závislý řešič (time dependent solver) a v jeho parametrech zadáme rozsah časů od 0 do 30 vteřin s krokem 1 vteřina. Dále je nutné do řešení zahrnout již oba fyzikální režimy, tj. prostup tepla a proudění. FEMLAB umožňuje použít pro další výpočet předchozí řešení jako počáteční podmínku v tzv. režimu *restart*. V postprocesoru si potom můžeme zobrazit řešení v každé vteřině výpočtu. V následujícím grafu je viditelné měnící se rozložení teploty po šířce geometrie v jednom průřezu, těsně nad ohřívající trubkou v prvních 14 vteřinách ohřevu, kdy se teplotní rozložení stabilizuje.

Na druhou otázku „Za jak dlouho ohříváč dosáhne nového stabilního stavu?“ si mů-



Obr.9 Rozložení teploty ve zvoleném řezu od 0 do 14 vteřin



Obr.10 Průběh teploty v čase ve zvolených bodech řezu

žeme odpovědět nakreslením grafu, ve kterém zobrazujeme teploty v jednotlivých bodech vedeného řezu. Grafem je potom závislost teploty v každém bodě na čase. Z výsledků je vidět, že ve vybraném řezu se ohřev stabilizuje asi po 10 vteřinách.

Závěr

Hlavní výhodou FEMLABu je jeho všestranné použití v různých profesních oborech a v oblastech fyziky s možností kombinovat několik fyzikálních pohledů v jediné úloze. Jednoduchý příklad, který je v tomto článku uveden, může čtenáři posloužit jako první krok k vytvoření představy o možnostech FEMLABu. Pokud vám proudění a prostup tepla nejsou právě blízka, CD s FEMLABem obsahuje knihovnu podrobných příkladů s více jak 80 dalšími řešenými úlohami z oblasti akustiky, elektromagnetismu, pružnosti a pevnosti, polovodičů, geofyziky, šíření elektromagnetických vln a z dalších oblastí.

Co může být další výhodou FEMLABu? Existuje řada softwarových balíčků pro řešení úloh metodou konečných prvků, které jsou úzce profesně zaměřeny, avšak jejich cenové náklady mohou být několikanásobně vyšší. Vlastností FEMLABu je, naopak, jeho obecné použití a možnost vytvoření vlastní uživatelské aplikace šité „na míru“.

Program pracuje společně s MATLABem, proto jsou jeho požadavky na operační systém stejné. Velikost operační paměti je vhodná od 512 MB do 2 GB podle typu řešené úlohy.

Výhradní distributor pro ČR a SR:
HUMUSOFT®

HUMUSOFT, s. r. o.

**Karel Bittner
Novákových 6, 180 00 Praha 8, ČR**

24