

H₂ optimálne riadenie chemického reaktora

Ján Mikleš, Ľuboš Čirka, Miroslav Fikar

Tento článok sa zaoberá H₂ riadením prietokového chemického reaktora s miešaním (CSTR). Riadiacou veličinou je teplota chladiaceho média a teplota zmesi v reaktore je uvažovaná ako riadená veličina. Spätnoväzbový regulátor je navrhnutý na základe H₂ polynomickeho prístupu. Riadiaci algoritmus je implementovaný s využitím Polynomickeho toolboxu pre MATLAB. Simulačné výsledky demonštrujú robustné vlastnosti H₂ riadenia CSTR.

Úvod

Chemické reaktory (CSTR) sú podstatnou časťou technológií v procesnom priemysle. Reaktory sú nelineárne procesy s časovo premenlivými parametrami a z hľadiska riadenia sú problémom pre štandardné jednoduché riadenie. Obyčajne sú pre účely riadenia použité hlavne vstupno-výstupné lineárne modely. Tieto modely však reprezentujú iba aproximáciu dynamiky uvažovaného reaktora. Z dôvodu nelinearity a premenlivosti parametrov je často nutné implementovať stratégie adaptívneho alebo robustného riadenia na zlepšenie správania sa reaktora.

Dá sa ukázať, že H₂ optimalizácia s tvarovaním je H₂ verzia známej úlohy zmiešanej citlivostnej H_∞ optimalizácie [2]. Preto algoritmy robustného riadenia môžu byť založené na H₂ optimálnom riadení.

V tomto článku je študované riadenie chemického reaktora. Návrh riadenia je založený na H₂ optimálnom návrhu riadenia. Výsledný regulátor obsahuje integračnú činnosť.

H₂ optimálne riadenie

Štandardná úloha H₂ optimálneho riadenia pozostáva zo stabilizácie lineárneho systému a súčasnej minimalizácie normy prenosovej matice v Hardyho priestore H₂.

Uvažujme objekt, ktorý je modelovaný pomocou prenosovej matice

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$$

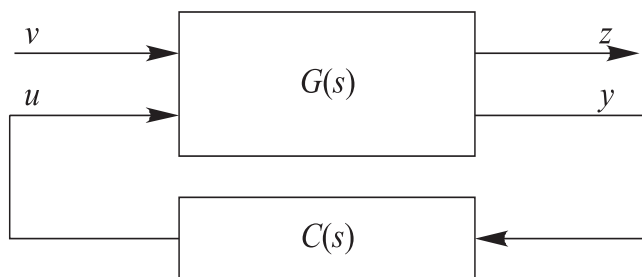
$$G_{11}(s) = C_1(sI - A)^{-1} B_1$$

$$G_{12}(s) = C_1(sI - A)^{-1} B_2 + D_{12}$$

$$G_{21}(s) = C_2(sI - A)^{-1} B_1 + D_{21}$$

$$G_{22}(s) = C_2(sI - A)^{-1} B_2$$

kde matice A , C_1 , B_1 , B_2 , D_{12} , C_2 , D_{21} sú dané vstupno-stavovo-výstupným modelom objektu



Obr.1 Štandardná schéma riadenia

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1v(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) + D_{11}v(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) &= C_2x(t) + D_{21}v(t) + D_{22}u(t) \end{aligned}$$

Predpokladáme, že dvojica: (A, B_1) je stabilizovateľná, (A, C_1) je detekovateľná, (A, B_2) je stabilizovateľná, (A, C_2) je detekovateľná

$$\begin{aligned} D_{12}^T C_1 &= 0 & B_1 D_{21}^T &= 0 & D_{12}^T D_{12} &= I \\ D_{21} D_{21}^T &= I & D_{11} &= D_{22} &= 0 \end{aligned}$$

Ak označíme $C(s)$ ako prenosovú maticu regulátora, potom prenosová matica riadiaceho systému medzi v a z v spätnoväzbovej konfigurácii zobrazenej na obr. 1 bude

$$H(s) = G_{11}(s) + G_{12}(s)[I - C(s)G_{22}(s)]^{-1}C(s)G_{21}(s)$$

Štandardná úloha H_2 optimálneho riadenia je daná nasledovným spôsobom [1]: Majme daný objekt G , nájdime regulátor C taký, ktorý stabilizuje riadený systém a minimalizuje H_2 normu matice H , definovanú v tvare

$$\|H\| = \left(\frac{1}{2\pi j} \int_{\text{tr}} H^T(-s)H(s)ds \right)^{1/2}$$

V ďalších odvozeniach sa obmedzíme na jednorozmerný prípad, ktorý potrebujeme pre základné riadenia reaktora. Úloha H_2 optimálneho riadenia môže byť prepísaná na úlohu umiestnenia pólov, v ktorej dynamika uzavretého regulačného obvodu je určená dvoma spektrálnymi faktormi $f(s)$ a $g(s)$, získanými z optimalizácie.

H_2 optimálny zákon riadenia je v tvare

$$p(s)u = -q(s)y$$

kde polynómy $p(s)$ a $q(s)$ sú získané riešením diofantickej rovnice

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = f(s)g(s)$$

Polynómy $f(s)$ a $g(s)$ sú definované nasledovne

$$N_L(s)N_L^T(-s) = f(-s)f(s)$$

$$N_R^T(-s)N_R(s) = g(s)g(-s)$$

kde $a(s)$, $b(s)$, $N_L(s)$ a $N_R(s)$ sú dané podľa

$$C_2(sI - A)^{-1}B_2 = \frac{b(s)}{a(s)}$$

$$N_L(s) = a(s)G_{21}(s)$$

$$N_R(s) = G_{12}(s)a(s)$$

Ak prenosová funkcia uzavretého regulačného obvodu H je daná v tvare

$$H = \begin{bmatrix} W_1 S V_1 \\ W_2 U V_1 \end{bmatrix}$$

kde W_1 , W_2 , V_1 sú tvarovacie filtre [3], potom v prípade SISO systému minimalizácia 2-normy vedie na minimalizáciu

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(|W_1(j\omega)S(j\omega)V_1(j\omega)|^2 + |W_2(j\omega)U(j\omega)V_1(j\omega)|^2 \right) d\omega$$

Toto je H_2 verzia známej zmiešanej citlivostnej H_∞ optimalizačnej úlohy [2], [3].

Citlivostná funkcia S určuje vplyv poruchy na výstupe riadeného systému. Komplementárna citlivostná funkcia T spĺňajúca podmienku $S + T = I$ je dôležitá pre vplyv šumu merania a aktivitu regulátora. Tvarovanie vstupnej citlivostnej funkcie U je ekvivalentné tvarovaniu $T = G_{22}U$. Návrhové ciele je možné dosiahnuť vhodnou voľbou funkcií V_1 , W_1 a W_2 .

H₂ riadenie CSTR

Uvažujme CSTR podľa [5]. V chemickom reaktore prebieha nevratná chemická reakcia $A \rightarrow B$. Rovnice opisujúce nelineárnu dynamiku reaktora sú dané ako

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1 - f_1(x_1, x_2) \tag{1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_2 - f_2(x_2) + f_3(u) + \frac{1}{\rho} f_1(x_1, x_2) \tag{2}$$

s $f_1(0,0) = 0$, $f_2(0) = 0$ a $f_3(0) = 0$, kde nelineárne funkcie f_1 , f_2 a f_3 sú uvedené v [4]. x_1 zodpovedá koncentrácii reakčnej zmesi v reaktore, x_2 zodpovedá teplote reakčnej zmesi v reaktore, ρ je konštanta.

Linearizovaný model CSTR je:

$$\frac{dx}{dt} Ax + B_2u \tag{3}$$

$$x = (x_1, x_2)^T$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11p} & a_{12p} \\ a_{21p} & a_{22p} \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ b_{21p} \end{pmatrix}$$

$$a_{11p} = -1 - \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(0,0)$$

$$a_{12p} = -\frac{\partial f_1}{\partial x_2}(0,0)$$

$$a_{21p} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(0,0)$$

$$a_{22p} = -1 - \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(0) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(0,0)$$

$$b_{21p} = \frac{\partial f_3}{\partial u}(0)$$

Nelinearita v rovniciach (1) a (2) je výhradne funkciou stavových premenných, a preto môže byť ekvivalentná neurčitostiam v stavovej matici A . Na základe hodnôt parametrov a určenej oblasti operačných režimov reaktora je potom možné určiť v akom rozsahu sa menia parametre matice A .

H₂ optimálny regulátor

Matice systému pre CSTR opísané pomocou rovnice (3) v štandardnom stavovom tvare, sú dané v tvare

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{array}{cc|cc|cc|cc} a_{11p} & a_{12p} & b_{111} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21p} & a_{22p} & 0 & b_{122} & 0 & 0 & 0 & b_{21p} \\ \hline - & - & - & - & - & - & - & - \\ c_{111} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{122} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{131} & c_{132} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

v predstviuje budiace signály pre tvarovacie filtre pre poruchy a šum merania. b_{111} , b_{122} , c_{111} , c_{122} , c_{131} a c_{132} môžu byť návrhové parametre.

Štandardná metóda H_2 návrhu neposkytuje regulátor s integračnou činnosťou. Existuje niekoľko spôsobov jej zavedenia. Jeden z prístupov je rozšíriť objekt o integrátor pred návrhom a po návrhu regulátora použiť tento integrátor ako časť regulátora. Prenosová funkcia takto rozšíreného objektu môže mať tvar

$$G_{aug1}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & B_1 \\ B_2 & A & | & B_2 \\ - & - & - & - \\ 0 & C_2 & | & 0 \end{bmatrix}$$

alebo

$$G_{aug2}(s) = \begin{bmatrix} A & 0 & | & B_2 \\ B_1 C_2 & 0 & | & 0 \\ - & - & - & - \\ C_2 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

kde integračná časť regulátora je daná pomocou prenosovej funkcie

$$G_I(s) = \begin{bmatrix} 0 & | & B_I \\ - & - & - \\ 0 & | & 1 \end{bmatrix} \quad B_I = \beta$$

Teraz, ak výsledný H_2 regulátor stabilizuje objekt a vytvára konečnú H_2 normu medzi v_3 a z_3 , potom regulátor musí mať pól v $s = 0$ a tak zahŕňa integračnú činnosť.

Rozšírený systém matic pre CSTR opísaný v rovnici (3) a G_{aug1} v štandardnom stavovom tvare je daný ako

$$\begin{bmatrix} A_a & B_{1a} & B_{2a} \\ C_{1a} & D_{11a} & D_{12a} \\ C_{2a} & D_{21a} & D_{22a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & b_{111} & 0 & 0 & 0 & | & \beta \\ 0 & a_{11p} & a_{12p} & | & 0 & b_{122} & 0 & 0 & | & 0 \\ b_{21p} & a_{21p} & a_{22p} & | & 0 & 0 & b_{133} & 0 & | & b_{21p} \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ c_{111} & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & c_{122} & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & c_{133} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ c_{141} & c_{142} & c_{143} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

Údaje v maticiach B_{1a} , C_{1a} a β sú návrhové parametre.

Pre prípad simulácie sú použité nasledujúce parametre CSTR [4]:

$$\begin{aligned} c_{dv} &= 0,88 & v &= 370 & V &= 1,8 & q &= 0,25 \\ k_0 &= 1 \cdot 10^{10} & g &= 11078 & c_p &= 4,05 & H_r &= 149280 \\ \rho &= 970 & F &= 5,04 & \alpha &= 130 & i_m &= 5 \cdot 10^{-13} \end{aligned}$$

kde i_m je intenzita šumu merania.

Ak $b_{111} = 0,5$, $b_{122} = 0,6$, $b_{133} = 0,7$, $c_{111} = 100$, $c_{122} = 100$, $c_{133} = 50$, $c_{141} = 5$, $c_{142} = 6$, $c_{143} = 7$ a $\beta = 0,5$, potom prenosová funkcia H_2 optimálneho regulátora je v tvare

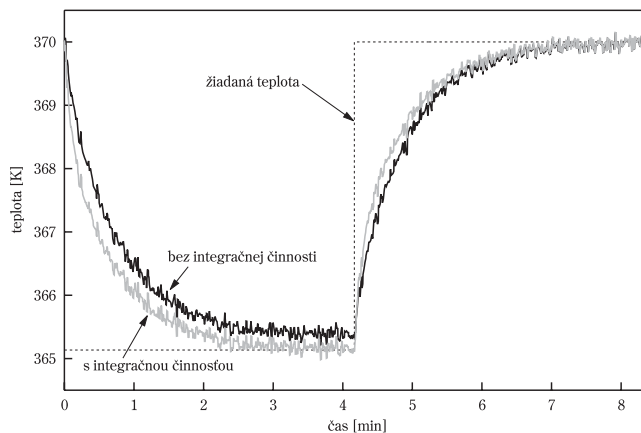
$$C(s) = \frac{(53,68s^2 + 139,5s + 85,65)(s + \beta)}{s^4 + 63,38s^3 + 132,2s^2 + 69,41s}$$

Na obr. 2 a 3 sú zobrazené vlastnosti navrhnutého sledovania žiadanej teploty CSTR.

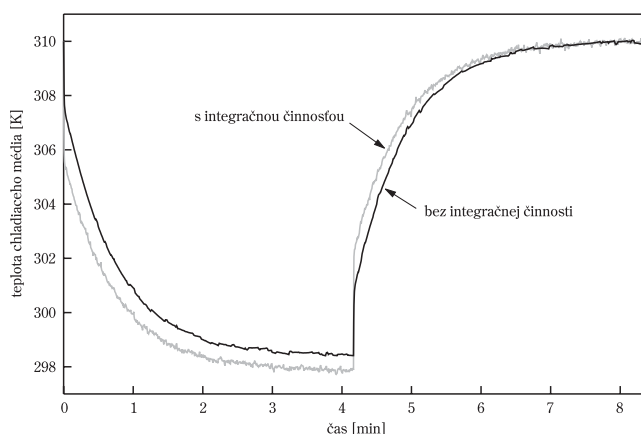
Záver

Simulačné výsledky ukazujú na vhodnosť použitia H_2 metódy riadenia v priemyselných aplikáciách. Článok prezentuje polynomický prístup k H_2 optimalizačnej úlohe aplikovanej na chemický reaktor. Dosiiahnuté simulačné výsledky ukazujú, že dostatočne kvalitné riadenie môže byť dosiahnuté použitím H_2 optimálneho návrhu riadenia. Návrh H_2 regulátora je veľmi jednoduchý, ak sa použije polynomický toolbox pre MATLAB.

Navrhnuté riadenie sa dá skvalitniť ak využijeme informácie o neurčitostiach CSTR na stanovenie vhodných tvarovacích filtrov W_1 , W_2 a V_1 za účelom návrhu H_2 verzie zmiešanej citlivostnej H_∞ optimalizačnej úlohy.



Obr.2 Časový priebeh výstupnej teploty



Obr.3 Časový priebeh teploty chladiaceho média

Podakovanie

Príspevok vznikol s grantovou podporou grantovej agentúry VEGA MŠ SR a SAV pre projekty č. 1/135/03 a 1/8108/01.

Literatúra

- [1] V. KUČERA and D. HENRION: H_2 optimal control via pole placement. In Proceedings of the 2nd EUROPOLY Workshop, IFAC Symposium on Robust Control Design, Paper No. EUR-11, Prague, Czech Republic, 21-23 June 2000.
- [2] H. KWAKERNAAK: Robust control and H_∞ optimization. Automatica, 29:255-273, 1993.
- [3] H. KWAKERNAAK: H_2 -optimization: Theory and application to robust design control. In Proceedings of the 2nd EUROPOLY Workshop, IFAC Symposium on Robust Control Design, Prague, Czech Republic, 21-23 June 2000.
- [4] J. MIKLEŠ: Robust Control of Chemical Processes. Prepr. of International Seminar Advanced Methods in Process and Control Engineering, STU, Bratislava, s. 63-79, 1996.
- [5] J. MIKLEŠ and M. FIKAR: Process Modelling, Identification, and Control I. Slovak University of Technology in Bratislava, 2000.

prof. Ing. Ján Mikleš, DrSc.

Ing. Ľuboš Čirka

doc. Dr. Ing. Miroslav Fikar

Katedra informatizácie a riadenia procesov
 Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
 Slovenská technická univerzita v Bratislave
 Tel.: 02/52 49 52 69
 e-mail: mikles@cvt.stuba.sk