

Automatizovaný montážny proces - matematické modelovanie

Jozef Jurko

V súčasnosti sú vytvorené a naďalej sa vytvárajú potrebné podmienky na to, aby sa zložité výrobné procesy projektovali na riadenie v dynamickom režime. Efektívnosť využívania najmodernejšej výpočtovej techniky na tento účel je v matematickej interpretácii inžinierskych procesov v konkrétnej automatizovanej výrobnej činnosti. Hlavná pozornosť sa venuje verifikácii vytvárania matematických modelov automatizovaných montážnych procesov s cieľom optimálneho projektovania a bezprostredného riadenia.

Základom pri zostavovaní matematického modelu montážneho procesu strojárskoho výrobu je skutočnosť, že medzi rôznymi druhmi informácií charakterizujúcimi jeho štruktúru, medzi jednotlivými prvkami (objektmi montáže) a priestorovým rozmiestnením vo výrobnom procese platí prísna súvislosť daná výrazom príčina - následná väzba.

Na vytvorenie matematického modelu v n -rozmernom euklidovskom priestore sa vychádza z predpokladu, že automatizovaný montážny systém (AMS) je zložený z čiastkových komponentov, reprezentovaných základnými prostriedkami výrobného systému, ktorý možno vyjadriť nasledujúcim výrazom:

$$\sum_{i=1}^m A_i^{MS} = \Delta_i \left\{ \overline{\overline{T}}_i, \overline{\overline{C}}_i, \overline{\overline{M}}_i \right\} \quad (1)$$

kde Δ_i je množinový kvantifikátor viacrozmerného priestoru, ktorý charakterizuje množinu vstupov a výstupov v A_0^{MS} , resp. v A_i^{MS} , pričom $i = 1, 2, 3, \dots, \alpha, \dots, \varepsilon, \dots, m$,
 A_0^{MS} - automatizovaný montážny systém základného radu,
 A_i^{MS} - determinuje automatizované montážne systémy vyšších radov pre $i = 1, 2, 3, \dots, m$.

Matematický model možno vyjadriť v tvare:

$$\sum_{i=1}^m A_i^{MS} \subset \overline{\overline{T}} \cdot \overline{\overline{C}} \cdot \overline{\overline{M}} \cdot \overline{\overline{\xi}} \cdot \overline{\overline{I}} \quad (2)$$

kde $\overline{\overline{T}}$ je množina technologických prostriedkov,
 $\overline{\overline{C}}$ - množina riadiacich prostriedkov,
 $\overline{\overline{M}}$ - množina manipulačných prostriedkov,
 $\overline{\overline{\xi}}$ - množina doplnkových prostriedkov,
 $\overline{\overline{I}}$ - množina kontrolno-informačných a blokovacích prostriedkov.

Automatizované montážne systémy tvoria podmnožinu kartezianskeho súčinu primárnych a doplnkových prostriedkov. Primárne prostriedky určujú základnú množinovú bázu montážnych systémov.

Primárne prostriedky sa môžu popísať vzťahom:

$$\overline{\overline{T}} \cdot \overline{\overline{C}} \cdot \overline{\overline{M}} \quad (3)$$

Doplnkové prostriedky možno vyjadriť vzťahom

$$\overline{\overline{O}}_\alpha \cdot \overline{\overline{P}}_\alpha \cdot \overline{\overline{Q}}_\alpha \quad (4)$$

ktorý determinuje vedľajšiu množinovú bázu montážnych systémov, pričom

$\overline{\overline{O}}_\alpha$ je množina doplnkových prostriedkov daná výrazom $\overline{\overline{M}}_\alpha \cup (\overline{\overline{T}}_\alpha \cap \overline{\overline{C}}_\alpha)$,
 $\overline{\overline{P}}_\alpha$ - množina doplnkových prostriedkov daná výrazom $\overline{\overline{T}}_\alpha \cup (\overline{\overline{M}}_\alpha \cap \overline{\overline{C}}_\alpha)$,
 $\overline{\overline{Q}}_\alpha$ - množina doplnkových prostriedkov daná výrazom $\overline{\overline{C}}_\alpha \cup (\overline{\overline{M}}_\alpha \cap \overline{\overline{T}}_\alpha)$,

Množiny $\overline{\overline{T}}_\alpha, \overline{\overline{C}}_\alpha, \overline{\overline{M}}_\alpha$ sú definované na základnej množinovej báze α -teho montážneho systému a sú podmnožinami globálnej sústavy:

$$\sum_{i=0}^m A_i^{MS}$$

Tieto množiny možno s využitím škrupinových nomogramov zobrazovať a graficky interpretovať v n -rozmernom euklidovskom priestore (obr. 1).

Zložitý AMS možno rozdeliť na paralelné podsystémy. Hlavným metodologickým nástrojom je využitie dekompozície AMS. Z matematického hľadiska ide o rozklad globálnej sústavy

$$\sum_{i=0}^m A_i^{MS}$$

na súbor takých množín $\{A_i^{MS}\}$, kde $i = 0, 1, \dots, m$, v ktorom ľubovoľné dve podmnožiny budú navzájom disjunktné a spätné zjednotenie všetkých množín tvorí komplexný montážny systém daný vzťahom (1). Správanie množín podsystémov je ekvivalentné správaniu pôvodného systému a vyjadriť sa:

$$\sum_{i=0}^m A_i^{MS} \rightarrow \varepsilon \left\{ O_m = F(O_i, A_i^{MS}), i = 1, 2, \dots, m-1 \right\} \quad (5)$$

kde O_m je množina výstupných stavov objektov montáže daného systému,

O_i - $i = 1, 2, \dots, m-1$ je množina vstupných stavov objektov montáže daného systému,

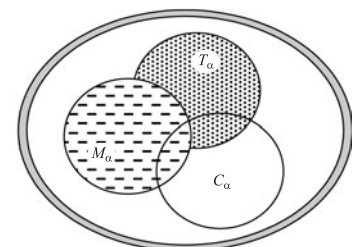
F - funkcia matematického zobrazenia vstupov do globálnej sústavy

$$\sum_{i=0}^m A_i^{MS} \text{ vzhľadom na jej výstupy,}$$

$A_{i \rightarrow m-1}^{MS}$ - prvok montážneho systému na báze vyššieho radu.

Systémový prístup umožňuje ľubovoľný objekt komplexného montážneho systému považovať za systém určitého stupňa, z čoho vyplýva možnosť rozkladať ľubovoľnú podmnožinu dekompozície na podmnožiny so stupňom nižšej úrovne.

$$A_i^{MS} = \{A_{i1}^{MS}, A_{i2}^{MS}, A_{i3}^{MS}, \dots, A_{ia}^{MS}, \dots, A_{im}^{MS}\} \quad (6)$$



Obr.1 Škrupinový diagram medzi množinami automatizovaného montážneho systému

Uvedená dekompozícia AMS vedie k rozlíšeniu týchto podsystémov:

- a) podsystém technológie výroby,
- b) podsystém operačnej manipulácie,
- c) podsystém riadenia,
- d) podsystém merania, kontroly a blokovania,
- e) podsystém pomocných zdrojov a rozvodov energie.

Ak je v experimentálnom výrobnom systéme zahrnutý aj priemyselný robot (PR) a manipulátor (M), možno tento PRaM označiť ako samostatný podsystém. Dekompozíciou sa získava matematický nástroj na optimalizáciu funkčnej činnosti prostriedkov a zariadení v AMS.

Vstupy do fiktívneho podsystému reprezentujú vlastné požiadavky jednotlivých prvkov systému na činnosť AMS. Takéto väzby sa nazývajú pasívne. Väzby dané tým, že niektoré vstupy (O_i) reprezentujú pôsobenie prostriedkov a zariadení na prvky systému, sa nazývajú aktívne. Kvalitatívne hodnotenie AMS možno urobiť na základe agregátovej funkcie danej vzťahom:

$$G^* = \sum_{i=1}^k \mu_{1i} O_{1,v-1} + \sum_{j=1}^p \mu_{2j} O_{j,v} \quad (7)$$

- kde G^* je ukazovateľ priority štruktúrnych závislostí automatizovaných prostriedkov a zariadení so systémovým okolím,
- μ_i – priorita väzieb automatizovaných prostriedkov a zariadení pre $i = 1, 2, \dots, m$,
 - k – počet väzieb systému s automatizovanými prostriedkami a zariadeniami,
 - p – počet väzieb automatizovaných prostriedkov a zariadení so systémom.

Interpretáciou funkcie $G^*(\mu_{1i} O_{1,v-1}, \mu_{2j} O_{j,v})$ je súbor aktivít, ktoré treba urobiť pri projektovaní AMS s PRaM. Zahŕňa to napr. úpravu výrobných zariadení, snímačov funkčných polôh a stavov, prípravu zabezpečenia funkcií manipulačných a dopravných podsystémov atď. Z matematického hľadiska vyplýva pre konštrukciu automatizovaných prostriedkov a zariadení nasledujúca požiadavka:

$$\frac{\partial G}{\partial O_{i,v-1}} = O \wedge \frac{\partial^2 G}{\partial O_{i,v-1}^2} > 0 \quad (8)$$

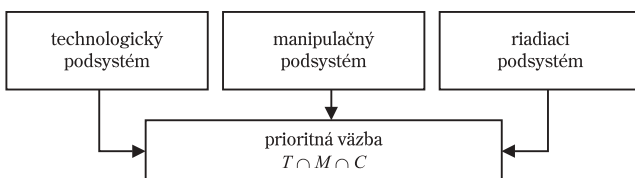
Pre konštrukciu prvkov výrobného systému:

$$\frac{\partial G}{\partial O_{j,v}} = O \wedge \frac{\partial^2 G}{\partial O_{j,v}^2} > 0 \quad (9)$$

Formulácia matematicko-logických modelov umožňuje prístup k využitiu niektorých matematických procedúr na optimalizáciu štruktúry AMS. Kvalitatívne hodnotenie väzieb medzi technologickým, manipulačným a radiacím systémom sa môže urobiť na základe množinového prieniku (Booleova algebra):

$$\begin{aligned} \vartheta_{T,C} &= \overline{T \cap C} & \vartheta_{T,C} &\in A_{i,j}^{MS} \\ \vartheta_{T,M} &= \overline{T \cap M} & \vartheta_{T,M} &\in A_{i,j}^{MS} \\ \vartheta_{M,C} &= \overline{M \cap C} & \vartheta_{M,C} &\in A_{i,j}^{MS} \\ \vartheta_{T,C,M} &= \overline{T \cap C \cap M} & \vartheta_{T,C,M} &\in A_{i,j}^{MS} \end{aligned} \quad (10)$$

kde ϑ je príslušná väzba podsystému.



Obr.2 Väzby medzi podsystémami automatizovaného montážneho systému

Grafická interpretácia príslušných väzieb je zobrazená na obr. 2. Prioritný je hlavne prienik oblastí.

Požiadavku minimalizácie vonkajších väzieb vyjadruje vzťah:

$$\left\{ \left(\overline{T \cap C} \right) \cup \left(\overline{T \cap M} \right) \cup \left(\overline{M \cap C} \right) \cup \left(\overline{T \cap C \cap M} \right) \right\} \rightarrow \min \quad (11)$$

Z tohto vzťahu po priradení kvantifikačných ukazovateľov možno pristúpiť k formulácii optimalizačnej podmienky v tvare modulu lineárneho programovania:

$$R_{opt} = \delta_{1,i} \cdot \vartheta_{TCi} + \delta_{2,j} \cdot \vartheta_{TMj} + \delta_{3,h} \cdot \vartheta_{MCh} + \delta_{4,m} \cdot \vartheta_{TCMm} \rightarrow \min \quad (12)$$

kde δ je kvantitívne hodnotenie použitej väzby.

Podobným spôsobom možno formulovať obmedzujúce podmienky, ktoré vyjadrujú rozsah zmeny kvantitatívnych hodnôt jednotlivých väzieb. Na základe navrhnutého modelu možno konštatovať, že zo systémového hľadiska vývoja výrobných systémov by mal smerovať k štruktúram, v ktorých by boli prvky maximálne usporobené na prácu v systéme, t. j. tvorili by sa samostatné technologické, radiacie, manipulačné a doplnkové jednotky s presne vymedzenými minimalizovanými kanálmi prepojenia. Predpokladom analýzy štruktúry výrobku je symetrickosť rozloženia jeho prvkov. Pri návrhu matematického modelu ľubovoľnej montážnej operácie treba mať na zreteli, že operácia φ_{Mi} ako časť výrobného procesu montáže je charakterizovaná pracovným miestom M_{π} a priestorovou charakteristikou pracovného miesta M_{Δ} , ďalej je charakterizovaná počtom a druhmi montážnych spojov S_v^u , ktoré sa realizujú na danom pracovnom mieste. Potom sa montážna operácia môže definovať a zapísať v tvare:

$$\varphi_{Mi} = \left\{ \sum_{v=t}^r S_v^u, M_T, M_{\Delta i} \right\} \quad (13)$$

kde S_v^u sú spoje, ktoré sa realizujú na danom pracovnom mieste,

M_{π} – typ i -tého pracovného miesta,

$M_{\Delta i}$ – priestorová charakteristika i -tého pracovného miesta vo výrobe,

r, t – začiatkové a konečné počty spojov, ktoré sa montujú na i -tom pracovnom mieste.

Výrobný proces sa môže zapísať ako postupnosť jednotlivých operácií:

$$P_M = \left\langle \left\langle \left(\sum_{v=k}^s S_v^u, M_T, M_{\Delta} \right)_1, \left(\sum_{v=k}^s S_v^u, M_T, M_{\Delta} \right)_2, \dots \right\rangle, \left\langle \left(\sum_{v=k}^s S_v^u, M_T, M_{\Delta} \right)_i, \dots, \left(\sum_{v=k}^s S_v^u, M_T, M_{\Delta} \right)_m \right\rangle \right\rangle \quad (14)$$

Každý výrobok sa montuje cestou postupného spájania prvkov jednej úrovne s prvkami druhej až vyššej úrovne. Potom spojenie S_{jv}^u dvoch ľubovoľných prvkov $A_{ij}, B_{i+1,k}$ sa môže vyjadriť zjednotením:

$$S_{jv}^u = A_{ij} \cup B_{i+1,k}$$

kde u je druh spojenia,

j – základový prvok,

k – montážny prvok.

V schéme montáže má každé S_{jv}^u určené miesto a môže byť identifikované poradovým číslom. Potom platí:

$$S_{jv}^u = S_v^u$$

Spojenie S_v^u skúmané ako časť technologickej montáže sa môže popísať pomocou dvoch informácií:

1. informácia F_v^u , ktorá charakterizuje fyzikálne vlastnosti spojenia,
2. informácia T_v^u , ktorá charakterizuje technológiu montáže; to možno napísať v tvare:

$$S_v^u = F_v^u, T_v^u$$