Modelovanie náročnosti výpočtu matematického modelu lietadla v počítačoch systému trenažéra (2)

Seriál sa venuje modelovaniu náročnosti výpočtu dekomponovaného informačného systému trenažéra. Na to využíva poznatky teórie návrhu decentralizovaných systémov riadených počítačom. Toto modelovanie je realizované niekoľkými počítačmi, v tomto prípade štyrmi, ktoré vytvárajú distribuovaný počítačový systém leteckého trenažéra. Modelovanie časovej náročnosti trenažérového systému závisí od rovníc a architektúry počítačového systému, ktorý bol opísany v časti (1) v minulom čísle. Táto časť seriálu bude venovaná dôležitej vlastnosti metód analýz simulácie a analytického prístupu, implementácii zodpovedajúceho výpočtu hierarchického riadenia architektúrou jednoprocesorovou.

3. Výpočtová náročnosť hierarchického riadenia

V súlade s rovnicami (1) až (4) uvažujeme modelové riadenie leteckého trenažéra, ktorý je zostavený v základnej verzii štyrmi výpočtovými prostriedkami – podsystémami (tab. 1), vykonávajúcimi samostatné riadenie. Systém je tvorený štyrmi vektormi riadenia a maticou riadenia, ktoré definujú správanie objektu – lietadla opísaných maticou objektu A. V súlade s napísaným preto uvažujme štvorrozmerný systém:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u},t) \qquad \mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0 \tag{11}$$

Úlohou je modelovať riadenie $\mathbf{u}(t)$ a takisto aj trajektóriu $\mathbf{x}(t)$, pričom má existovať minimálne kritérium:

$$\mathbf{J}=K(\mathbf{x}(t_1))+\int_{t_0}^{t_1} L(\mathbf{x},\mathbf{u})dt \tag{12}$$

V rovnici symbol K predstavuje koeficient výstupu, L je koeficient optimálneho riadenia. Riešením podľa metód pre optimálne riadenie určíme rovnicu na výpočet takéhoto riadenia. Pre funkcionál (12) teda platí rovnica:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}\right]^T \mathbf{p}+\left[\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial u}\right]^T=0 \tag{13}$$

Uvedený výsledok dostaneme riešením dvojbodového okrajového problému rovníc (11) a (12), čím sa určí vektor $\mathbf{p}(t_0)$ pri splnení okrajových podmienok.

Výpočtový čas určuje vzťah:

$$T=\tau n^a \tag{14}$$

kde τ je čas na modelovanie trajektórií $\mathbf{x}(t)$ a $\mathbf{p}(t)$ na určenie jednej hodnoty $\mathbf{p}(t_0)$, a – konštanta vzťahujúca sa na použitú optimalizačnú metódu, n^a – celkový počet iterácií na nájdenie optimálnej trajektórie (n rád systému).

Dekomponujeme systém na podsystémy rádu n_i a m_i tak, že podľa [9] platí:

$$\sum_{i=1}^{N} n_i = n \qquad \sum_{i=1}^{N} m_i = m \qquad \dot{\mathbf{x}}_i(t)=\mathbf{f}_i(\mathbf{x}_i,\mathbf{u}_i,\boldsymbol{\tau}_i) \tag{15}$$

Interakcie medzi podsystémami vyjadríme v tvare

$$\boldsymbol{\tau}_i=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{g}_{ij}(\mathbf{x}_j,\mathbf{u}_j) \qquad j\neq i \tag{16}$$

Nech je systém rozdelený na N nerovnakých podsystémov $n_1 \neq n_2 \neq \ldots \neq n_N$, $m_1 \neq m_2 \neq \ldots \neq m_N$. Ak takto rozdelený systém dosadíme do rovnice (16), tak interakciou vzhľadom na prvý podsystému dostaneme

$$\boldsymbol{\tau}_1=\mathbf{g}_{12}(\mathbf{x}_2,\mathbf{u}_2)+\mathbf{g}_{13}(\mathbf{x}_3,\mathbf{u}_3)+\mathbf{g}_{14}(\mathbf{x}_4,\mathbf{u}_4) \tag{17}$$

Následne dosadíme výsledok do rovnice (15) a dostaneme pre dekomponovaný podsystém n_1 a modelovanie riadiacej zložky vektora $\mathbf{x}_{\cdot 1}(t)$ zápis:

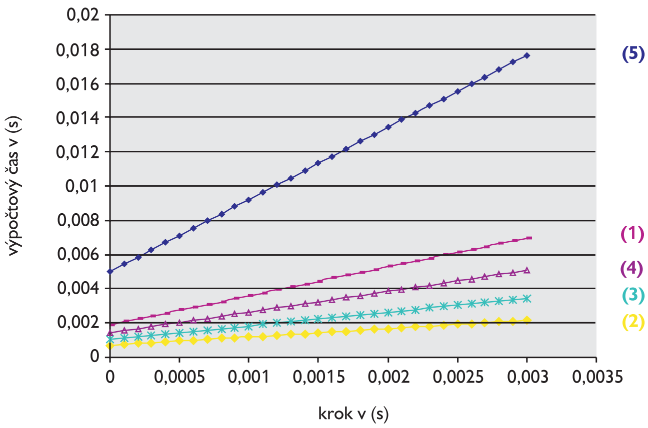
$$\dot{\mathbf{x}}_1(t)=\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1,\mathbf{u}_1,\mathbf{g}_{12}(\mathbf{x}_2,\mathbf{u}_2)+\mathbf{g}_{13}(\mathbf{x}_3,\mathbf{u}_3)+\mathbf{g}_{14}(\mathbf{x}_4,\mathbf{u}_4)) \tag{18}$$

3.1 Modelovacie aspekty

Dekompozícia v hierarchických systémoch umožňuje vytvárať algoritmy, ktoré môžeme realizovať na jednoprocesorovom alebo multiprocesorovom systéme.

Uvažujme modelový čas v prípade konfigurácie s jedným procesorom. Použijeme tieto označenia ako uvádza [9]:

- t_i – modelový čas (MČ) pre integráciu rovníc i-tého podsystému na intervale t_0, t_1,
- t_{Ji} – MČ potrebný na integrovanie jednotlivých kritérií,
- $n^a{}_i$ – počet iterácií potrebných na riešenie dvojbodového okrajového problému, n_i je rozmer i-tého podsystému, a je konštanta, ktorá závisí od optimalizačnej procedúry,



nedekomponovaný systém Or (5)
dekomponované podsystémy n_1 – (1), n_2 – (2), n_3 – (3), n_4 – (4)

Obr.1 Časové modelovanie na jednoprocesorovom systéme

$t_{Jg,i}$ – MČ potrebný na integráciu i-tej časti globálneho riešenia ako i-tej časti chybovej funkcie iba raz pre každý podsystém po vyriešení dvojbodového problému,

t_g – MČ potrebný na sumáciu všetkých funkcií J_i, ako aj chybových funkcií,

I_g – počet iterácií na určenie správnych kritérií,

t_β – MČ potrebný pre koordinátora na sumáciu jednotlivých $J(\beta)$ a výpočet β,

I_β – počet iterácií v optimalizačnej procedúre na optimalizáciu $J(\beta)$.

4. Modelovanie časovej náročnosti výpočtu jednoprocesorového systému

Celkový čas modelovania na jednom procesore je:

$$T_s = \left\{\left\{\sum_{i=1}^{N}\left(\left(t_i + t_{Ji}\right)n_i^a + t_{Jg,i}\right) + t_g\right\} I_g + t_\beta\right\} I_\beta \tag{19}$$

Ak porovnáme prvý člen pre $i = 1$ poslednej rovnice s rovnicou (12), dostaneme nasledujúce hodnoty parametrov:

$$(t_1 + t_{J1})n_1^a = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1) \tag{20}$$

Zhodným postupom získame zápis aj pre ostatné podsystémy dekomponovaného systému.

Nech je systém rozdelený na N nerovnakých podsystémov $n_1 \neq n_2 \neq \ldots \neq n_N$, $t_1 \neq t_2 \neq \ldots \neq t_N$. Pre modelový čas platí vzťah z rovnice (19), kde $a = 2$ je konštanta použitej optimalizačnej metódy, $n = 4$ znamená podsystémy leteckého trenažéra, výraz $n^a = 16$ je celkový počet iterácií a čas integrácie $\tau = 0{,}0001$ s, tak výpočtový čas je 0,0016 s. Časový zisk modelovania proti nedekomponovanému systému nastane vtedy, ak je celkový počet iterácií menší ako n^a. Pre 4 podsystémy s konštantou optimalizačnej metódy $a = 2$ musí byť modelový čas menší ako 0,0016 s.

Časová závislosť podsystémov, t. j. porovnanie rýchlosti modelovania medzi podsystémami počítača je takáto: $t_2 = 0{,}59 \cdot t_1$, $t_3 = 0{,}65 \cdot t_1$, $t_4 = 0{,}8 \cdot t_1$. Pre 4 podsystémy leteckého trenažéra sme zvolili tieto hodnoty premenných: $t_{Ji} = 0$, $t_{Jg,i} = 0{,}0001$ s, $t_g = 0$, $t_\beta = 0$, $n_1 = 1{,}3$, $n_2 = 0{,}7$, $n_3 = 0{,}9$, $n_4 = 1{,}1$, $a = 2$, $I_g = 2$, $I_\beta = 2$. Pre prvý podsystém n_1 dostávame rovnicu pre modelovanú časovú náročnosť výpočtu v tvare:

$$\begin{aligned} T_s &= \left\{\left\{\sum_{i=1}^{4}\left(\left(t_1 + t_{J1}\right)n_1^a + t_{Jg,1}\right)\right\} I_g\right\} I_\beta \\ &= \left\{\left\{\sum_{i=1}^{4}\left(\left(0{,}1+0\right)1{,}69 + 0{,}1\right)\right\} 2\right\} 2 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \tag{21}$$

Podobne odvodíme výrazy pre zostávajúce tri dekomponované podsystémy so stavovými veličinami. Keď meníme hodnoty integračného kroku t_1 z intervalu $<0{,}0001 \div 0{,}003>$ s krokom 0,0001 s, dosadíme ich do rovnice (19), dostaneme modelované závislosti výpočtového času pôvodného a nových podsystémov. Časový zisk dekomponovaných podsystémov oproti pôvodnému potom vidíme z obr. 1. Na vodorovnej osi je znázornený krok integrácie výpočtu v sekundách a na zvislej osi sú zobrazené výpočtové časy na dekomponovaných výpočtových systémoch trenažéra.

Z grafických závislostí na obr. 1 plynie, že dáva rôzne výsledky. Najmenší výpočtový čas je potrebný na dekomponovanom podsystéme n_2 – najrýchlejší (2), väčší je na podsystéme n_3 (3), za ním nasleduje podsystém n_4 (4) a najväčší výpočtový čas je na podsystéme n_1 – najpomalší (1), nedekomponovaný systém Or (5).

Literatúra

[1] BLAKELOCK, J. H.: Automatic control of aircraft and Missiles, Second Edition, John Wiley & Sons. Inc.: New York, 1991, ISBN 0-471-50651-6.

[2] HANULIAK, I.: Paralelné počítače a algoritmy. Košice: Elfa 1999, ISBN 80-88964-05-9.

[3] WATKINS, CH., STEPHEN R. MARENKA: Virtual Reality ExCursions, with programs in C, AP Professional: Boston, 1995, s. 63, ISBN 0-12-737-865-0.

[4] IRLAND, M.: Simulation of the CIGALE Network, Dep. Comp. Sci., University of Waterloo, Waterloo, Ontario, VVNG Tech. Rep. E-32, January 1975, Canada

[5] KLEINROCK, L.: Queueing Systems, Volume 2, Computer applications,: John Wiley & Sons. Inc., New York, USA, 1976, s. 598, ISBN 0-471-49111-X.

[6] SAATY, T. L.: Elements of Queueing Theory with Application, McGraw – Hill Inc.: New York, USA, 1961, ISBN 0-486-64553-3. Elementy teorii oblsuzivanija i eee priloženija, preklad z angličtiny, Sovetskoe radio, Moskava, 1965.

[7] ROLFE, J. M., STAPLES, K. J.: Flight Simulation, Cambridge University Press: Cambridge, 1986, s. 42, ISBN 0-521-35751-9.

[8] SARNOVSKÝ, J., DZURŇÁKOVÁ, Z., HLADKÝ, V., JADLOVSKÁ, A., LIGUŠ, J.: Multiagentové hybridné riadenie zložitých systémov. Košice: Elfa 1999, ISBN 80-88964-10-5.

[9] SARNOVSKÝ, J. a kolektív: Riadenie zložitých systémov. Bratislava: Alfa 1992, ISBN 80-05-00945-3.

Pokračovanie v budúcom čísle.

Ing. Igor Kvasnica, PhD.

47

Krajský úrad životného prostredia
Hviezdoslavova 3
911 01 Trenčín

Ing. Peter Kvasnica, PhD.

Trenčianska univerzita A. Dubčeka v Trenčíne
Centrum informačných technológií
Študentská 2
911 50 Trenčín
Tel.: 032/740 01 04
e-mail: kvasnica@tnuni.sk