



Neistoty merania elektrických veličín (1)

Úvod

Určovanie „množstva a veľkosti vecí“ je staré asi ako ľudstvo samo. A rovnako staré sú aj pochybnosti o správnosti merania a váženia. O požiadavke na správne (spravodlivé) meranie a váženie sa dočítame napríklad aj v Biblii. Klasická teória merania zaviedla pojmy absolútna a relatívna chyba, trieda presnosti a iné spôsoby vyjadrovania presnosti meradiel, ako aj spôsoby výpočtu chýb pri nepriamych metódach merania. Tieto metódy vyhodnocovania meraní vychádzali z požiadavky „mať istotu“, že nameraná hodnota sa nelíši od skutočnosti viac, ako je zvolená, predpísaná alebo vypočítaná hodnota chyby. Mať istotu je fajn, ale spravdla to veľa stojí (nielen peňazí). Zásadné problémy prináša klasické vyhodnotenie chýb pri niektorých (a to nielen) zložitých modeloch merania. O tom neskôr. Prakticky neriešiteľné problémy prináša klasické vyhodnotenie chýb primárnych etalónov niektorých fyzikálnych veličín. O tom radšej ani nebudeme hovoriť. Preto boli do vyhodnocovania presnosti merania zavedené nové veličiny – neistoty, pomocou ktorých sa dá zistiť, že nameraná hodnota sa „pravdepodobne“ nelíši od skutočnosti viac, ako je zvolená, predpísaná alebo vypočítaná hodnota neistoty. Matematický aparát, na ktorom je teória neistôt založená, je dávno známy, ale až pomerne nedávno bol „inštitucionalizovaný“ zavedením vlastnej terminológie a požiadaviek na spôsob použitia pri vyhodnocovaní merania.

Chyby merania

Tento podnadpis tu nie je omylom a to je kľúčový fakt. Neistoty merania NENAHRADZUJÚ a NERUŠIA chyby merania. Celá klasická teória chýb zostáva v platnosti, ba čo viac, je pri vyhodnocovaní neistôt potrebná. Neistoty iba vyjadrujú presnosť merania iným spôsobom ako chyby merania a majú príslušne iný význam. Bez správneho pochopenia chýb merania nemožno správne pochopiť ani neistoty merania. Detailné vysvetlenie teórie chýb však presahuje zameranie tohto článku a autor predpokladá, že čitateľ zaujímavý sa o neistoty má dostatočné znalosti o chybách merania.

Takže aspoň stručne a trochu zjednodušene. Absolútna chyba ΔX merania veličiny X je rozdiel medzi nameranou hodnotou X_m a skutočnou hodnotou X_s meranej veličiny (1).

$$\Delta X = X_m - X_s \quad (1)$$

Relatívna chyba δX merania veličiny X je podiel absolútnej chyby ΔX a skutočnej hodnoty X_s meranej veličiny a môže sa vyjadrovať ako bezrozmerné číslo (2) alebo v percentách (3).

$$\delta X = \frac{\Delta X}{X_s} \quad (2)$$

$$\delta X = \frac{\Delta X}{X_s} \cdot 100 \% \quad (3)$$

Ak by sme poznali skutočnú hodnotu meranej veličiny, meranie a vyhodnocovanie jeho presnosti by bolo zbytočné. Výnimkou je len kalibrácia a overovanie meradiel pomocou presnejších meradiel – etalónov. V bežnej praxi nás väčšinou zaujímajú len hranice chýb merania zaručované výrobcom meradla. V prípade elektrických veličín sú tieto hranice najčastejšie deklarované pomocou triedy presnosti, relatívnej chyby alebo dvojčlenného vzorca.

Príklad 1:

Magnetoelektrický voltmeter triedy presnosti 1 ukazuje na rozsahu 12 V hodnotu napätia $U_m = 6$ V. Maximálna absolútna chyba merania napätia zaručovaná výrobcom na tomto rozsahu je 1 % z rozsahu, t. j. 0,12 V. Maximálna relatívna chyba odmeraného napätia je podľa vzťahu (3) 2 %. Výsledok merania môžeme zapísať takto:

$$U_s = (6 \pm 0,12) \text{ V} \quad \text{alebo} \quad U_s = 6 \text{ V} \pm 2 \% \quad (4)$$

Príklad 2:

Odporový etalón 1 k Ω má deklarovanú maximálnu relatívnu chybu 0,02 %. Skutočná hodnota odporu etalónu teda leží v intervale

$$R_s = 1000 \Omega \pm 0,02 \% \quad \text{resp.} \quad R_s = (1000 \pm 0,2) \Omega \quad (5)$$

Príklad 3:

Číselný multimeter má na rozsahu 200,0 mA deklarovanú maximálnu chybu $\pm (0,1 \% \text{ z rozsahu} + 0,2 \% \text{ z údaj})$, na jeho displeji je údaj 50,0 mA. Aditívna zložka chyby je daná percentami z rozsahu, multiplikatívna zložka chyby je daná percentami z nameraného údaj:

$$\Delta a = 0,2 \text{ mA} \quad \Delta m = 0,1 \text{ mA} \quad (6)$$

Maximálna absolútna chyba nameraného prúdu je súčtom týchto dvoch zložiek, maximálna relatívna chyba sa vypočíta opäť podľa vzťahu (3):

$$\Delta I = \pm 0,3 \text{ mA} \quad \text{resp.} \quad \delta I = \pm 0,6 \% \quad (7)$$

Výsledok merania je

$$I_s = (50,0 \pm 0,3) \text{ mA} \quad \text{resp.} \quad I_s = 50,0 \text{ mA} \pm 0,6 \% \quad (8)$$

Maximálne absolútne chyby (v našich príkladoch $\pm 0,12$ V, $\pm 0,02$ Ω , $\pm 0,3$ mA) budeme pri výpočte neistôt merania potrebovať.

Čo sme v predchádzajúcich troch príkladoch vypočítali? Intervaly okolo hodnôt nameraných voltmetrom a multimetrom vo funkcii ampérmetra, resp. interval okolo hodnoty odporu uvedenej na odporovom etalóne, v ktorých sa podľa výrobcu nachádza skutočná hodnota príslušnej veličiny s pravdepodobnosťou 100 % (teda určite), pokiaľ sú meradlá používané v rámci stanovených referenčných podmienok.

Referenčné podmienky sú dané intervalmi hodnôt ovplyvňujúcich veličín, ktoré závisia od druhu meradla a vo všeobecnosti sú pomerne prísne. Typické ovplyvňujúce veličiny pre meradlá elektrických veličín sú okolitá teplota, poloha, vonkajšie polia, pre striedavé veličiny frekvencia, tvar napätia a prúdu, fázový posuv, symetria trojfázovej sústavy a pod. Na ilustráciu a zamyslenie uvádzame niektoré referenčné podmienky pre statické elektromery triedy A (dovolená chyba pri referenčných podmienkach je ± 2 %) podľa normy STN EN 50470-3:

- teplota okolia $23 \text{ }^\circ\text{C} \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$,
- referenčné napätie (napr. 230 V) ± 1 %,
- činiteľ skreslenia napätia a prúdu < 3 %.

Pri prekročení referenčných intervalov jednotlivých ovplyvňujúcich veličín sú povolené tzv. prídavné chyby. Napríklad pre spomínaný elektromer povoluje norma pri zmene teploty v rozsahu $5 \text{ }^\circ\text{C}$ až $30 \text{ }^\circ\text{C}$, pri účinníku 0,5 ind. prídavnú chybu $\pm 2,7$ %. Za istých okolností teda môže mať elektromer triedy A vyhovujúci norme chybu údajá až $\pm 4,7$ %. A to sme ešte nepočítali s prídavnou chybou spôsobenou zmenou napätia.



Pri meraní sa veľmi často vyhodnocuje len maximálna chyba pri referenčných podmienkach (ak vôbec). Ak by experimentátor zobral do úvahy aj prípadné prídavné chyby, celková povolená chyba merania by ľahko narástla nad akceptovateľné medze.

Neistoty merania

Základným dokumentom definujúcim neistoty merania a ich použitie je „Guide to the expression of uncertainty in measurement“ (GUM), vypracovaný spoločne štyrmi medzinárodnými normalizačnými a metrologickými organizáciami (ISO, IEC, OIML a BIPM) v roku 1993. Z neho vychádzajú mnohé ďalšie dokumenty a predpisy zavádzajúce použitie neistôt merania v rôznych krajinách a oblastiach použitia, napr. pri kalibrácii, akreditácii a podobne.

U nás zásady, metódy a postupy na stanovenie neistôt pri vyhodnocovaní meraní obsahuje predpis TPM 0051-93 Stanovenie neistôt pri meraniach.

Neistotou merania, resp. jeho výsledku, sa rozumie parameter charakterizujúci interval hodnôt okolo výsledku merania, ktoré možno odvodnene priradiť hodnote meranej veličiny. Neistota sa môže týkať výsledku merania, ale aj hodnôt odčítaných na použitých prístrojoch, hodnôt použitých konštánt, korekcií a pod., od ktorých neistota výsledku merania závisí.

Základom určovania neistôt je pravdepodobnostný princíp. Predpokladá sa určité rozdelenie pravdepodobnosti, ktoré charakterizuje, ako môže udávaná (nameraná) hodnota odhadovať skutočnú hodnotu, resp. pravdepodobnosť toho, že neistota pokrýva skutočnú hodnotu.

Základnou kvantitatívnu charakteristikou neistoty je štandardná neistota označovaná písmenom u . Štandardná neistota je neistota vyjadrená hodnotou smerodajnej odchýlky. Štandardná neistota vymedzuje interval hodnôt $\langle -u, +u \rangle$ okolo nameranej alebo vypočítanej hodnoty. Štandardnú neistotu možno vyjadriť v jednotkách meranej veličiny – vtedy sa používa názov absolútna štandardná neistota, alebo pomerom absolútnej neistoty a hodnoty príslušnej veličiny, ktorý sa nazýva relatívna štandardná neistota.

Štandardné neistoty sa podľa spôsobu ich vyhodnotenia delia na:

- **štandardné neistoty typu A** (u_A) získané z opakovaných meraní hodnoty tej istej veličiny štatistickými metódami; štandardná neistota typu A sa rovná výberovej smerodajnej odchýlke výberového priemeru nameraných údajov $u_A = s_{\bar{x}}$;
- **štandardné neistoty typu B** (u_B) získané inými spôsobmi; neistoty typu B sa viažu na známe, resp. identifikované a kvantifikované zdroje, na rozdiel od neistôt typu A, kde príčiny náhodných chýb vo všeobecnosti nie sú známe; identifikáciu a kvantifikáciu neistôt typu B musí vykonať experimentátor realizujúci meranie.

Charakteristickou vlastnosťou neistôt typu A je, že ich hodnoty s rastúcim počtom opakovaných meraní klesajú, kým hodnoty neistôt typu B od počtu opakovaných meraní nezávisia. Štandardné neistoty typu B pochádzajúce z rôznych zdrojov sa zlučujú do výslednej štandardnej neistoty typu B.

Aj keď je (zdanlivo) určitá súvislosť neistôt typu A s náhodnými chybami a neistôt typu B so systematickými chybami, neodporúča sa používať názvy náhodná, resp. systematická neistota. Tieto názvy by mohli viesť k dezinterpretácii najmä pri neistote typu B. Najlepšie to vysvetlíme neskôr na konkrétnych príkladoch stanovenia neistôt.

Ekvivalencia ohodnocovania neistôt typu A a typu B umožňuje zlúčiť všetky štandardné neistoty do jedinej hodnoty – **kombinovanej štandardnej neistoty** u_C .

Pravdepodobnosť, že odchýlka skutočnej hodnoty od udávanej neprekročí hodnotu štandardnej neistoty, závisí od rozdelenia tejto náhodnej veličiny. Pre normálne rozdelenie je to 68,3 %, pre rovnomerné rozdelenie 57,7 % a pre trojuholníkové rozdelenie 65 %. Štandardná neistota teda charakterizuje neistotu intervalom, ktorého prekročenie má pomerne veľkú pravdepodobnosť. Prax preto uprednostňuje rozšírenú

neistotu $U = k_{95} \cdot u$, kde k_{95} sa označuje ako koeficient rozšírenia, resp. koeficient pokrytia. Najčastejšie sa používa hodnota $k_{95} = 2$. Pravdepodobnosť, že odchýlka skutočnej hodnoty od udávanej neprekročí hodnotu dvojnásobku štandardnej neistoty, opäť závisí od rozdelenia tejto náhodnej veličiny. Pre normálne rozdelenie je to 95,5 %, pre rovnomerné rozdelenie 100 % a pre trojuholníkové rozdelenie 96,6 %.

No a toto by malo stačiť, lebo ďalej je to zdanlivo len veľa vzorcov známych z matematickej štatistiky. Skutočnosť je však trochu zložitejšia. Hoci hovoríme o exaktnej matematike, otázka „Čo chcel básnik neistotami povedať?“ nie je vôbec triviálna. Názory na to, ako vyhodnotiť neistoty merania, sa aj v meračskej komunite často dostávajú líšia. Ešte viac sa líšia názory na to, čo vlastne neistota merania znamená.

Autor tohto článku sa ako člen Vedeckej rady Slovenského metrologického ústavu zúčastnil schvaľovania desiatok národných etalónov, pri ktorých bolo stanovenie neistôt jednou z najnáročnejších úloh. Prístup jednotlivých kolektívov k hodnoteniu neistôt bol daný nielen oblasťou ich práce, ale aj ich skúsenosťami a zvykmi. S prevzatením pritom zistil, že v niektorých prípadoch bol spôsob stanovenia neistôt u nás dôslednejší, resp. priamo správnejší, ako je zvykom v medzinárodných organizáciách. Je jasné, že takto sa ťažko porovnávajú výsledky meraní u nás a v zahraničí. Otázkou potom je, či neistoty stanovovať správne (podľa nás) alebo rovnako ako tí druhí (čiže menej správne). Ale to sú už veľmi ťažké otázky. Bohaté a občas až zásadné diskusie o vyhodnocovaní neistôt ilustruje článok [6].

V ďalšej časti seriálu začneme s počítaním jednoduchých príkladov a na nich sa budeme snažiť vysvetliť filozofiu stanovenia neistôt. Prechod k zložitejším modelom merania by potom nemal robiť zásadné problémy.

Literatúra

- [1] International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology (VIM). BIPM/IEC/IFCC/ISO/OIML/IUPAC/IUPAP, 1993.
- [2] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. BIPM/IEC/ISO/OIML, 1993.
- [3] Stanovenie neistôt pri meraniach. TPM 0051. SMÚ, 1993.
- [4] PALEŇČÁR, R.: Modely merania pri zabezpečovaní kvality. Bratislava: Vydavateľstvo STU 1998. ISBN 80-227-1170-5.
- [5] PALEŇČÁR, R., RUIZ, J. M., JANIGA, I., HORNÍKOVÁ, A.: Štatistické metódy v metrologických a skúšobných laboratóriách. Bratislava: Grafické štúdio Ing. Peter Juriga. 2001. ISBN 80-968449-3-8.
- [6] ALEKSANDROV, YU. I.: Whether or not to utilize the Proposals the „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“? Measurement Techniques, Vol. 43, No. 12, 2000, pp. 1 041 – 1 047.

doc. Ing. Peter Kukuča, PhD.

Slovenská technická univerzita
Fakulta elektrotechniky a informatiky STU
Katedra merania
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava
Tel.: 02/602 91 309
e-mail: Peter.Kukuca@stuba.sk