



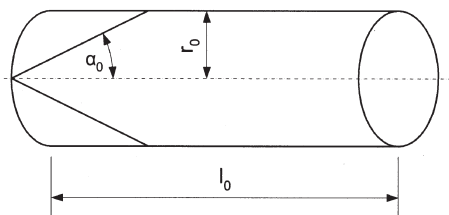
Pneumatický umelý sval

– perspektívny prvok mechatroniky (3)

Statický model McKibbenovho pneumatického umelého svalu

Vo všeobecnosti závisia vlastnosti McKibbenovho pneumatického umelého svalu od týchto hlavných parametrov (obr. 10) [14]:

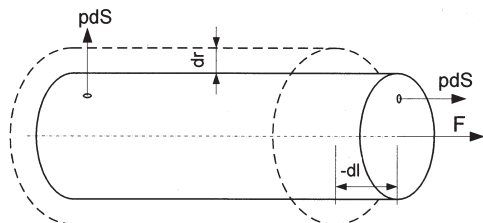
- počiatočný uhol α_0 medzi osou svalu a vláknami,
- počiatočná dĺžka svalu l_0 ,
- počiatočný polomer svalu r_0 .



Obr.10 Hlavné parametre opleteného umelého svalu

Na základe zákona zachovania energie (ak zanedbáme straty v systéme) musí byť rovnosť medzi virtuálnou prácou dW_{in} , ktorú vykonáva stlačený vzduch dodávaný do svalu, a virtuálnou prácou dW_{out} , ktorú koná sval svojou kontrakciou (obr. 11):

$$dW_{in} = dW_{out} \quad (2)$$



Obr.11 Vzájomná interakcia medzi tlakom vzduchu a kontrakciou svalu

Pre vstupnú virtuálnu prácu dW_{in} stlačeného vzduchu platí:

$$dW_{in} = \int_S (P - P_a) \cdot dl \cdot dS = p \cdot dV \quad (3)$$

- kde P je absolútny tlak vzduchu vo svalе,
 P_a – absolútny tlak okolia,
 p – relatívny tlak,
 S – celkový vnútorný povrch svalu,
 dV – zmena objemu svalu.

Pre výstupnú virtuálnu prácu dW_{out} svalu platí:

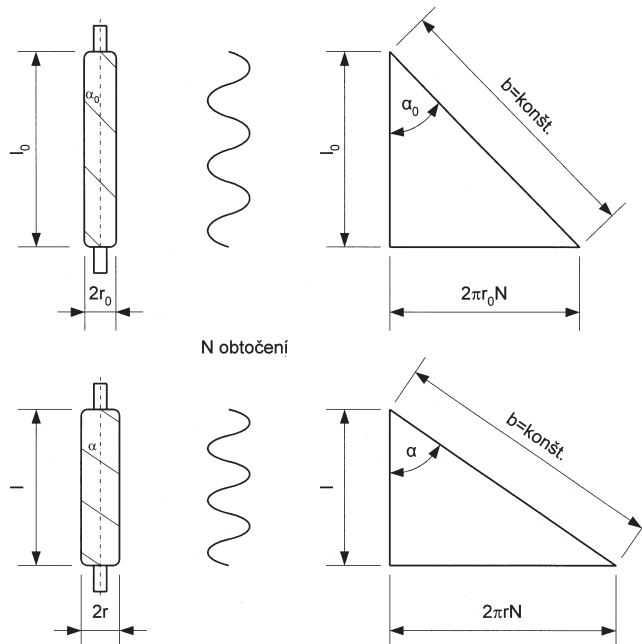
$$dW_{out} = -F \cdot dl \quad (4)$$

- kde F je axiálna ťahová sila svalu,
 dl – axiálne posunutie.

Dosadením z (3) a (4) do (2) a úpravou dostaneme pre ťahovú silu svalu:

$$F = -p \cdot \frac{dV}{dl} \quad (5)$$

Pri výpočte dV/dl predpokladajme, že rozťažnosť vonkajšieho opletenia svalu je veľmi malá, takže objem svalu bude závislý len od jeho dĺžky. Uvažujme aktívnu časť svalu v tvare dokonalého valca podľa obr. 10. Nech N je počet obtočení vlákna okolo valca a b je konštantná dĺžka vlákna (obr. 12).



Obr.12 Korelácia medzi jednotlivými parametrami svalu

Dĺžku svalu l a jeho polomer r možno z obr. 12 vyjadriť ako funkciu α s konštantnými parametrami N a b :

$$l = b \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

$$r = \frac{b \cdot \sin \alpha}{2\pi \cdot N} \quad (7)$$

Potom objem valca využitím vzťahov (6) a (7) bude:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l = \frac{b^3}{4\pi \cdot N^2} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha \quad (8)$$

Dosadením (8) do (5) pre ťahovú silu svalu dostaneme:

$$F = -p \cdot \frac{dV}{dl} = -p \cdot \frac{dV/d\alpha}{dl/d\alpha} = -p \cdot \frac{\frac{b^3}{4\pi \cdot N^2} \cdot (2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha)}{-b \cdot \sin \alpha} \quad (9)$$

$$F = p \cdot \frac{b^2 \cdot (3 \cos^2 \alpha - 1)}{4\pi \cdot N^2} \quad (10)$$

Zo vzťahu (10) teda vyplýva, že ťahová sila svalu je priamo úmerná tlaku vzduchu vnútri svalu a je funkciou uhla vlákien. Teoretická maximálna kontrakcia svalu pri $F = 0$ je pre uhol vlákien $\alpha = 54,7^\circ$.

Po dosadení za $\cos \alpha$ zo (6) pre ťahovú silu v závislosti od dĺžky svalu dostaneme:

$$F = p \cdot \frac{3l^2 - b^2}{4\pi \cdot N^2} \quad (11)$$

Nech relatívna kontrakcia svalu κ je pomer skrátenia svalu a jeho počiatočnej dĺžky l_0 :

$$\kappa = \frac{l_0 - l}{l_0} \quad (12)$$

tak potom pre ťahovú silu v závislosti od kontrakcie platí:



$$F = p \cdot \frac{3l_0^2 \cdot (1-\kappa)^2 - b^2}{4\pi \cdot N^2} \quad (13)$$

V uvedenom matematickom popise sa uvažovalo s nulovou hrúbkou membrány. Tento zjednodušený statický model sa nazýva aj geometrický model McKibbenovho umelého svalu. Závislosť sily od kontrakcie v % podľa tohto modelu pre sval s parametrami $l_0 = 264$ mm, $N = 1,5$ a $b = 277,1$ mm a pre rôzne hodnoty tlaku je na obr. 13.

Pre presnejší matematický model svalu treba brať do úvahy nenulovú hrúbku membrány a tiež počítať s jej pružnosťou, pružnosťou vlákien, trením a deformáciami na okrajoch svalov. Tento presnejší matematický model sa pokúsili, resp. ešte pokúšajú, vytvoriť viacerí autori [13], [14], [17], [18], [19], pričom jeden z možných je model podľa Kluteho a Hannaforda [16], pri ktorom je ťahová sila podľa (13) znížená o vplyv hrúbky a materiálových vlastností membrány:

$$F = p \cdot \frac{3l_0^2 \cdot (1-\kappa)^2 - b^2}{4\pi \cdot N^2} - V_b \cdot \frac{1}{2l_0^3 \cdot (1-\kappa)^3} \left\{ \begin{array}{l} 4l_0^2(C_{10} + C_{01}) \cdot [-1 + (1-\kappa)^4] \\ + \frac{-4l_0^6 \cdot \kappa \cdot (1-\kappa)^2 \cdot (2-\kappa) \cdot [C_{10} + C_{01} \cdot (1-\kappa)^2]}{[-4N^2 \cdot \pi^2 \cdot r_0^2 + l_0^2 \cdot (-1 + (1-\kappa)^2)]^2} \\ - \frac{4l_0^4 \cdot [C_{10} + C_{01} \cdot (1-\kappa)^4]}{-4N^2 \cdot \pi^2 \cdot r_0^2 + l_0^2 \cdot (-1 + (1-\kappa)^2)} \\ - \frac{l_0^4 \cdot (1-\kappa)^4 \cdot [C_{10} + C_{01} \cdot (-1 + 2(1-\kappa)^2)]}{N^2 \cdot \pi^2 \cdot r_0^2} \end{array} \right\} \quad (14)$$

pričom C_{10} a C_{01} sú Mooney-Rivlin konštanty ($C_{10} = 117,4$ kPa, $C_{01} = 105,7$ kPa) [15].

Okrem uvedeného ťahovú silu ešte ovplyvňuje aj trenie medzi vnútorou a vonkajšou vrstvou svala a medzi vláknami opletenia navzájom. Táto trecia sila F_f znižuje ťahovú silu svala a podľa [15] ju môžeme vyjadriť ako lineárnu závislosť od tlaku:

$$F_f = a \cdot p + q \quad (15)$$

kde a a q sú konštanty, ktoré sa pre daný sval určujú empiricky.

Závislosť objemu svalu od kontrakcie

Zmenou kontrakcie svalu sa mení aj jeho objem. Na odvodenie závislosti zmeny objemu svalu od kontrakcie možno využiť zjednodušený geometrický model odvodený v predchádzajúcom.

Úpravou (8) využitím vzťahov (6) a (7) možno objem svalu vyjadriť takto:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l = \frac{b^2 \cdot \sin^2 \alpha}{4\pi \cdot N^2} \cdot l = \frac{b^2 \cdot (1 - \cos^2 \alpha)}{4\pi \cdot N^2} \cdot l = \frac{b^2 \cdot \left(1 - \frac{l^2}{b^2}\right)}{4\pi \cdot N^2} \cdot l = \frac{b^2 \cdot l - l^3}{4\pi \cdot N^2} \quad (16)$$

Dosadením za l z (12) pre závislosť objemu svalu od kontrakcie bude platiť:

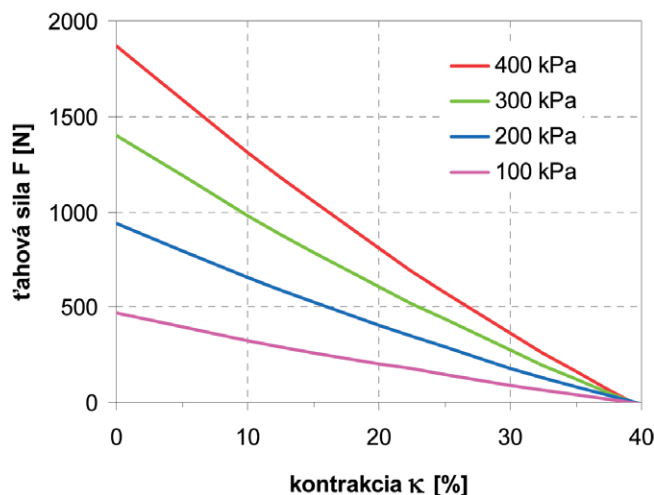
$$V = \frac{b^2 \cdot l_0 \cdot (1-\kappa) - l_0^3 \cdot (1-\kappa)^3}{4\pi \cdot N^2} \quad (17)$$

Závislosť objemu svalu od kontrakcie v % podľa (17) pre tri svaly s rôznou dĺžkou je na obr. 14.

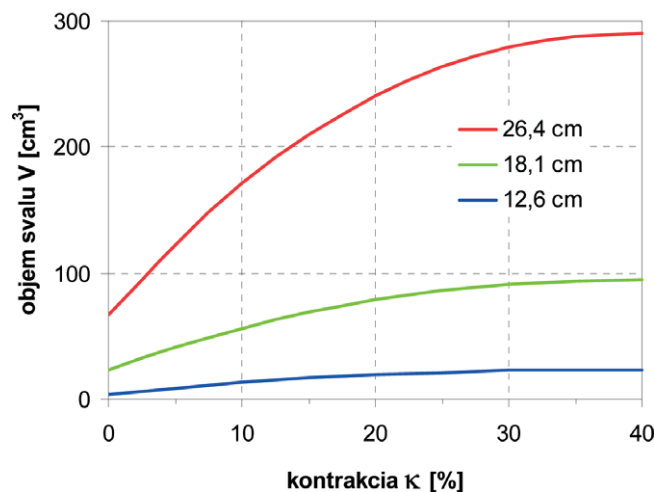
Závislosť kontrakcie svalu od tlaku

Veľkosť kontrakcie pneumatického umelého svalu závisí od tlaku vzduchu vo svalce a zaťaženia svalu. Vzťah pre túto závislosť možno odvodiť zo zjednodušeného geometrického modelu svalu, ak matematickými úpravami zo vzťahu (13) vyjadrieme κ :

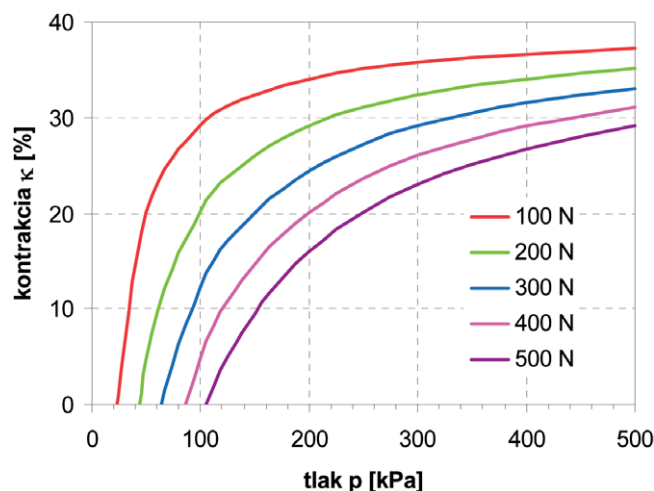
$$\kappa = 1 - \sqrt{\frac{F \cdot 4\pi \cdot N^2}{p \cdot 3l_0^2} + \frac{b^2}{3l_0^2}} \quad (18)$$



Obr.13 Závislosť sily od kontrakcie podľa zjednodušeného modelu svalu



Obr.14 Závislosť objemu svalu od kontrakcie pre svaly rôznych veľkostí



Obr.15 Závislosť kontrakcie svalu od tlaku pre rôzne záťažné sily

Závislosť kontrakcie svalu v % od tlaku pre sval s parametrami $l_0 = 264$ mm, $N = 1,5$ a $b = 277,1$ mm pre rôzne hodnoty záťažnej sily je na obr. 15.

Dynamický model McKibbenovho pneumatického umelého svalu

Pre dynamický popis správania sa pneumatického umelého svalu je podstatná znalosť tlaku vo svalce. Tlak vo svalce môže byť vypočítaný z rovníc pre ideálny plyn a z Boylevho-Mariottovho zákona [14]:

$$P \cdot V = \text{konšt.} \quad (19)$$



$$P \cdot V = P_a \cdot V_a \quad (20)$$

$$P = P_a \cdot \frac{V_a}{V} \quad (21)$$

kde P je absolútny tlak vzduchu vo svalce,
 P_a – absolútny tlak okolia,
 V – objem svalca,
 V_a – objem vzduchu vo svalce.

Derivovaním rovnice (21) podľa V dostaneme:

$$\dot{P} = P_a \cdot \left(\frac{\dot{V}_a}{V} - V_a \cdot \frac{\dot{V}}{V^2} \right) \quad (22)$$

Za objem vzduchu V_a dosadíme z (20) a upravíme:

$$\dot{P} = P_a \cdot \left(\frac{\dot{V}_a}{V} - \frac{P \cdot V}{P_a} \cdot \frac{\dot{V}}{V^2} \right) = P_a \cdot \frac{\dot{V}_a}{V} - P \cdot \frac{\dot{V}}{V} \quad (23)$$

Objem svalca V a jeho deriváciu \dot{V} môžeme vypočítať zo vzťahu (17). Deriváciu objemu vzduchu \dot{V}_a (zmenu množstva vzduchu vo svalce) môžeme vypočítať využitím Bernoulliho rovnice:

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = p_0 = \text{konšt.} \quad (24)$$

kde p je tlak vzduchu vo svalce,
 p_0 – napájací tlak (tlak pre $v = 0$),
 ρ – merná hmotnosť vzduchu,
 v – rýchlosť prúdenia vzduchu.

Zmenu objemu vzduchu vo svalce vyjadríme pomocou prietoku vzduchu cez malú plochu A_v , pričom touto malou plochou je prierez napúšťacieho ventilu, ktorým prúdi vzduch do svalca:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V_a}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A_v \cdot \Delta s}{\Delta t} \quad (25)$$

t. j.

$$\dot{V}_a = A_v \cdot v \quad (26)$$

Dosadením za v do (24) a matematickými úpravami môžeme napísať vzťah pre zmenu objemu vzduchu vo svalce:

$$\dot{V}_a = f_v \cdot C_a \cdot A_v \cdot \sqrt{p_0 - p} \quad (27)$$

kde f_v je koeficient smeru prúdenia vzduchu,
 C_a – aerodynamický korekčný koeficient.

Pre aerodynamický korekčný koeficient platí vzťah [14]:

$$C_a = C_q \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad (28)$$

kde C_q je prietokový súčiniteľ pri tlakovom spáde 100 kPa.

Dosadením (27) do (23) dostaneme diferenciálnu rovnicu popisujúcu zmenu tlaku vo svalce pri plnení, resp. vyprázdňovaní svalca:

$$\dot{P} \cdot V + P \cdot \dot{V} - P_a \cdot f_v \cdot C_a \cdot A_v \cdot \sqrt{p_0 - p} = 0 \quad (29)$$

Koeficient smeru prúdenia vzduchu f_v nadobúda dve hodnoty (+1 a -1) a rozlišuje sa ním plnenie alebo vyprázdňovanie svalca (napúšťanie vzduchu do svalca alebo vypúšťanie vzduchu zo svalca):

1. Napúšťanie: $f_v = 1$, pričom za p_0 vo vzťahu (29) treba dosadiť tlak napájacieho vzduchu (tlak plniaceho stlačeného vzduchu) a za p tlak vzduchu vo svalce.
2. Vypúšťanie: $f_v = -1$, pričom za p_0 vo vzťahu (29) treba dosadiť tlak vzduchu vo svalce a za p tlak okolitého vzduchu (okolia).

Literatúra

[13] DAVIS, S., CALDWELL, D.: Braid Effects on Contractile Range and Friction Modeling in Pneumatic Muscle Actuators. The International Journal of Robotics Research. Vol. 25, No. 4 (2006), pp. 359 – 369.

[14] KERSCHER, T., ALBIEZ, J., ZOLLNER, J. M., DILLMANN, R.: Evaluation of the Dynamic Model Fluidic Muscles Using Quick-Release. In: Proceedings of the 2006 IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics BioRob 2006, February 20 – 22, 2006, Pisa, 2006, pp. 637 – 642.

[15] KLUTE, G. K.: Artificial Muscles: Actuators for Biorobotic Systems – Dissertation Work. Washington: University of Washington, 1999, 84 p.

[16] KLUTE, G. K., HANNAFORD, B.: Accounting for Elastic Energy Storage in McKibben Artificial Muscle Actuators. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Vol. 122, No. 2 (2000), pp. 386 – 388.

[17] PETROVIČ, P.: Modeling and Control of an Artificial Muscle: Model Building. In: The Xth Conference on Mechanical Vibration, May 23 – 24, 2002. Timisoara: Universitatii Politehnica, 2002. 8 p.

[18] SAGA, N., NAKAMURA, T., YAEGASHI, K.: Mathematical Model of Pneumatic Artificial Muscle Reinforced by Straight Fibers. Journal of Intelligent Material Systems and Structures. Vol. 18, No. 2 (2007), pp. 175 – 180.

[19] TONDU, B., LOPEZ, P.: Modelling and Control of McKibben Artificial Muscle Robot Actuators. IEEE Control Systems Magazine. Vol. 20, No. 4 (2000), pp. 15 – 38.

doc. Ing. Ján Pitel, PhD.

doc. Ing. Milan Balara, PhD.



Technická univerzita v Košiciach
Fakulta výrobných technológií so sídlom v Prešove
Katedra matematiky, informatiky a kybernetiky
 e-mail: jan.pitel@tuke.sk
milan.balara@tuke.sk