

# Alternatívny prístup k návrhu tvarovača riadiacich signálov

V dvanástom čísle časopisu AT&P journal bol uverejnený článok doc. Ing. P. Hubinského, PhD., a Ing. T. Pospiecha, PhD., „Metóda bezrezonančného riadenia plniacej linky“. Článok opisuje zaujímavú aplikáciu metódy tvarovania riadiacich signálov. Metóda tvarovania riadiacich signálov sa začína prakticky využívať pri riadení systémov s pružnými prvkami v 90. rokoch. V priebehu nasledujúcich dvadsiatich rokov sa stretávame s úspešnými aplikáciami najmä v oblasti riadenia polohových systémov. V teoretickej oblasti sa objavujú nové prístupy návrhu postupnosti impulzov s cieľom zvýšiť spoľahlivosť systému. Azda preto, že väčšina aplikácií smeruje do oblasti riadenia systémov zo segmentu strojárstva (žeriavy, rýchlovýťahy, polohovacie systémy a pod.), prevažná väčšina publikovaných prác vychádza z návrhu vhodnej postupnosti impulzov v časovej oblasti. V tomto príspevku chcem upozorniť na možný alternatívny prístup, vychádzajúci z návrhu diskretného tvarovača, ktorý pri vhodnej voľbe parametrov má impulznú reakciu totožnú s riešením uvedeným v článku „Metóda bezrezonančného riadenia plniacej linky“. Z hľadiska realizácie systému tvarovania riadiacich signálov pomocou číslicových prostriedkov považujem prístup vyúsťujúci do návrhu diskretného tvarovača za teoreticky čistejší. Úvahy o zvýšení vzorkovacej frekvencie s cieľom dospieť k realizačnej schéme tvarovača sú pôvodné a autor privíta každú reakciu čitateľov. Ospravedlňujem sa za skutočnosť, že príspevok je písaný v značne zjednodušenej forme, bez všeobecných riešení a navrhovaný postup sa demonštruje na riešení toho najjednoduchšieho prípadu – riadenie kmitavej sústavy druhého rádu. Vzhľadom na obmedzený rozsah príspevku, ktorý má byť len doplnením predchádzajúceho článku, je hádam tento spôsob písania ospravedlniteľný.

## Úvod

V rámci úvodu sú uvedené základné východiská k návrhu klasickej metódy tvarovania riadiacich signálov v časovej oblasti. Predpokladajme, že treba tvarovať riadiace signály slabo tlmenej sústavy s prenosom (1) tak, aby sa eliminovali reziduálne kmity sústavy. Súčasne sa snažíme o minimalizáciu času prechodového deja.

$$F(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2bTs + 1} \quad (1)$$

kde  $b$  predstavuje pomerné tlmenie systému a  $T$  – časovú konštantu.

Úlohou je navrhnuť vhodné metódy úpravy riadiaceho signálu. Možné usporiadanie systému je na obr. 1.



Obr.1 Riadenie s úpravou riadiacich signálov

V súlade s úvahami v predslove môžeme konštatovať, že na tvarovanie riadiaceho signálu možno využiť dva prístupy:

- tvarovanie signálu v časovej oblasti, priame generovanie riadiacich signálov s vhodnými vlastnosťami [5], [15],
- použitie diskretných tvarovacích členov [11], [16].

Miera potlačenia reziduálnych kmitov sa často vyjadruje ako pomer amplitúdy výstupného signálu s tvarovačom vstupného signálu k amplitúde výstupného signálu bez tvarovača [2], [6], [13]. Uvedený pomer možno vyjadriť ako funkciu kruhovej rýchlosti  $\omega$  a pomerného koeficientu tlmenia  $b$  sústavy podľa vzťahu:

$$V(\omega, b) = e^{-b\omega T} \sqrt{(C(\omega, b))^2 + (S(\omega, b))^2} \quad (2)$$

pričom

$$C(\omega, b) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot e^{b\omega t_i} \cdot \cos(\omega \cdot t_i \sqrt{1-b^2})$$

$$S(\omega, b) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot e^{b\omega t_i} \cdot \sin(\omega \cdot t_i \sqrt{1-b^2})$$

kde  $A_i$  je amplitúda,  
 $t_i$  – čas výskytu  $i$ -teho impulzu a  
 $n$  – počet impulzov tvarovača riadiacich signálov.

V ideálnom prípade (pri úplnom potlačení kmitov) sa vzťah (2) musí pre vlastnú kruhovú rýchlosť a pomerné tlmenie sústavy rovnať nule. Aby sa vzťah (2) rovnal nule, musí platiť:

$$C(\omega) = 0 \quad \text{a} \quad S(\omega) = 0 \quad (3)$$

Ak tvarovaný výstup má mať rovnakú konečnú hodnotu ako netvarovaný (normalizovaný tvarovač), potom musí platiť, že súčet amplitúd všetkých impulzov sa má rovnať jednej:

$$\sum_{i=1}^n A_i = 1 \quad (4)$$

Poznamenajme, že ak amplitúdy impulzov  $A_i$  nie sú obmedzené, potom z hľadiska minimalizácie celkového času prechodu  $t_n$  budú nadobúdať nekonečne veľké hodnoty. Pri praktických riešeniach sa najčastejšie stretáme s dvoma obmedzujúcimi podmienkami:

- amplitúdy impulzov môžu nadobúdať hodnoty z rozsahu  $\pm A_{max}$ ,
- amplitúdy impulzov môžu nadobúdať len nezáporné hodnoty  $A_i \geq 0$ .

Je zrejmé, že ak amplitúdy všetkých impulzov budú nezáporné, potom pri rešpektovaní podmienky (4) musia ležať v intervale  $0 \leq A_i \leq 1$ . S rešpektovaním uvedených obmedzení riešením rovníc (2) dostaneme pre  $\min(t_n)$  riešenie opisujúce kladný ZV tvarovač [1], [9], [11], [13] v tvare:

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+K} & \frac{K}{1+K} \\ 0 & 0,5 \cdot T_D \end{bmatrix} \quad (5)$$

kde  $T_D = \frac{2 \cdot \pi \cdot T}{\sqrt{1-b^2}}$  a  $K = e^{-\frac{b \cdot \pi}{\sqrt{1-b^2}}}$

ZV tvarovač (zero-vibration) (5) možno v časovej oblasti opísať vzťahom:

$$y(t) = A_1 \cdot \delta(t) + A_2 \cdot \delta(t - t_2)$$

Opísaný ZV tvarovač je však pomerne citlivý na zmeny parametrov riadenej sústavy, najmä na zmeny vlastnej kruhovej rýchlosti. Preto boli vyvinuté odolnejšie tvarovače vstupných signálov. Spomeňme aspoň najznámejší ZVD (zero vibration derivate) tvarovač. Pri odvodení ZVD tvarovača sa predpokladá, že aj derivácia funkcie  $V(\omega, b)$  sa rovná nule.

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+K)^2} & \frac{2 \cdot K}{(1+K)^2} & \frac{K^2}{(1+K)^2} \\ 0 & 0,5 \cdot T_D & T_D \end{bmatrix} \quad (6)$$

Zo vzťahu (6) je zrejmé, že za zvýšenie odolnosti systému sme zaplatili zvýšením času prechodu systému. Čas prechodu vzrástol z hodnoty  $0,5 \cdot T_D$  na hodnotu  $T_D$ .

## 1. Návrh diskrétného tvarovacieho systému

Problém potlačenia reziduálnych kmitov pri riadení slabo tlmených sústav možno úspešne riešiť aj pomocou návrhu vhodných diskrétnych systémov (korekčných členov), ktoré upravia frekvenčné spektrum riadiacich signálov tak, aby sa potlačili reziduálne kmity sústavy. Je zrejmé, že túto úlohu možno vyriešiť vhodným umiestnením núl prenosovej funkcie korekčného člena z do tých bodov roviny  $z$ , ktoré zodpovedajú pólu riadenej sústavy. Pre jednoduchosť analyzujeme prípad spojitý sústavy druhého rádu s prenosovou funkciou (1). Poznamenajme, že uvedený ilustračný postup možno zovšeobecniť a použiť aj pri riešení zložitejších úloh. Póly spojitý sústavy s prenosom (1) sú:

$$p_{1,2} = -\frac{b}{T} \pm \frac{\sqrt{1-b^2}}{T} \quad (7)$$

Nech nuly tvarovacieho obvodu (diskrétného dynamického systému), pomocou ktorých kompenzujeme vplyv pólov sústavy s prenosom (1), sú komplexne združené a sú v tvare:

$$z_{1,2} = r \cdot e^{\pm j\varphi} \quad (8)$$

Ďalej nech pre komplexnú premennú  $z$  platí:

$$z = e^{sT_v} \quad (9)$$

kde  $T_v$  je perióda vzorkovania diskrétného systému a  $s$  – komplexná Laplaceova premenná.

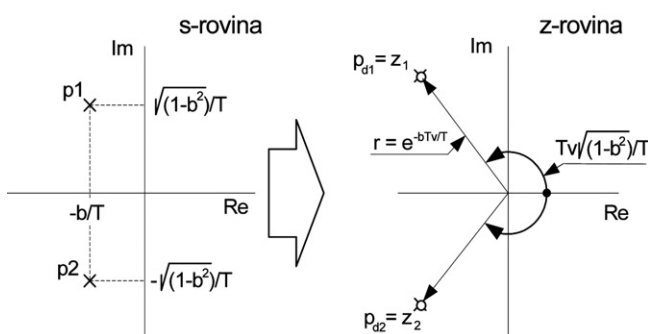
Potom s rešpektovaním vzťahu (9) sa póly spojitý sústavy (1) z roviny  $s$  transformujú do týchto bodov roviny  $z$ :

$$p_{d1,2} = e^{-\frac{T_v b}{T}} \cdot e^{\pm j \frac{T_v \sqrt{1-b^2}}{T}} \quad (10)$$

Práve do nich je potom vhodné umiestniť nuly tvarovacieho člena.

Ak nuly z-prenosovej funkcie tvarovača umiestnime do bodov zodpovedajúcich polohe pólov, potom prenosová funkcia tvarovača bude v tvare:

$$F(z) = C \cdot (1 - z_1 \cdot z^{-1}) \cdot (1 - z_2 \cdot z^{-1}) \quad (11)$$



Obr.2 Zobrazenie pólov v rovine  $s$  a v rovine  $z$

Pre normalizáciu tvarovača (zisk v ustálenom stave rovný jednej) sa v prenosovej funkcii vyskytuje konštanta  $C$ . Poznamenajme tiež, že pre kauzalitu navrhovaného systému boli do počiatku súradnicového systému doplnené dva póly. Potom môžeme prenosovú funkciu tvarovacieho člena napísať v tvare:

$$F(z) = C \cdot (a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}) \quad (12)$$

pričom

$$\begin{aligned} a_0 &= 1, \\ a_1 &= -(z_1 + z_2), \\ a_2 &= z_1 \cdot z_2, \\ C &= 1/(a_0 + a_1 + a_2). \end{aligned}$$

Z obr. 2 je zrejmé, že vhodnou voľbou periódy vzorkovania  $T_v$  možno meniť polohu núl z-prenosovej funkcie tvarovacieho člena.

Z dôvodu jednoduchého porovnania výsledkov zvolíme periódu vzorkovania  $T_v$  tak, aby sa súčet  $z_1 + z_2$  rovnal nule. Táto voľba zodpovedá tzv. kladnému ZV tvarovaču s prenosom:

$$F(z) = C \cdot (a_0 + a_2 \cdot z^{-2}) \quad (13)$$

Aby bola splnená predchádzajúca podmienka ( $z_1 + z_2 = 0$ ), musia komplexne združené korene  $z_1$  a  $z_2$  ležať na imaginárnej osi. Preto platí:

$$\frac{T_v}{T} \cdot \sqrt{1-b^2} = k \cdot \frac{\pi}{2} \quad k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots \quad (14)$$

Ak hľadáme riešenie s najkratším časom prechodu  $t_n$ , tak  $k = 1$ . Potom pre periódu vzorkovania  $T_v$  platí:

$$T_v = \frac{\pi \cdot T}{2 \cdot \sqrt{1-b^2}} \quad (15)$$

Potom pre hodnotu  $a_2$  na základe (12) platí:

$$a_2 = z_1 \cdot z_2 = e^{-2bT_v/T} = e^{-\pi b / \sqrt{1-b^2}} \quad (16)$$

a

$$C = \frac{1}{1+a_2}$$

Impulzná reakcia diskrétného tvarovača s periódou vzorkovania  $T_v$  bude:

$$\left\{ \frac{1}{1+a_2}, 0, \frac{a_2}{1+a_2}, 0, 0, \dots \right\} \quad (17)$$

V prípade, že použijeme zápis formálne zhodný so štandardným tvarom (5), môžeme impulznú reakciu diskrétného tvarovača (17) prepísať na tvar:

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+a_2} & \frac{a_2}{1+a_2} \\ 0 & 2 \cdot T_v \end{bmatrix} \quad (18)$$

Porovnaním dosiahnutého výsledku (18) s opisom kladného ZV tvarovača (5) možno konštatovať, že oba zápisy sú zhodné. Porovnaním vzťahov (15) a (16) so vzťahmi pre výpočet  $T_D$  a  $K$  v (5) dostaneme:  $T_v = T_D/4$  a  $K = a_2$ .

Perióda vzorkovania  $T_v$  (15) je v praktických prípadoch príliš veľká. Pri veľkej miere zjednodušenia môžeme konštatovať, že spôsobuje oneskorenú reakciu systému s diskretným tvarovačom na zmenu riadiaceho signálu. Presnejšie: „Z podmienky o výbere vzorkovacej frekvencie musí byť riadiaci signál  $x(t)$  frekvenčne obmedzený frekvenciou  $f_{max} = 1/(2 \cdot T_v)$ “. Preto je účelné modifikovať prenosovú funkciu tvarovacieho člena tak, aby bolo možné použiť podstatne menšiu periódu vzorkovania pri zachovaní požadovaných vlastností diskretného tvarovača. Ak perióda vzorkovania vypočítaná na základe vzťahu (15) je  $T_v$ , a novú periódu vzorkovania označíme ako  $T_{nv}$ , pričom platí  $T_{nv} < T_v$ , potom možno zaviesť koeficient zvýšenia vzorkovacej frekvencie  $KZV$ , pre ktorý platí:

$$KZV = \text{int} \left( \frac{T_v}{T_{nv}} \right) \quad (19)$$

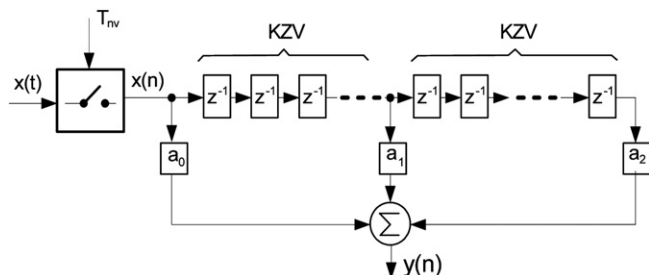
V ideálnom prípade je vhodné voliť hodnotu  $T_{nv}$  tak, aby podiel  $T_v/T_{nv}$  bol celé číslo. Prenosovú funkciu (12) potom možno prepísať na tvar:

$$F(z) = C \cdot (a_0 + a_1 \cdot z^{-KZV} + a_2 \cdot z^{-2KZV}) \quad (20)$$

Prípadne prenosová funkcia kladného ZV tvarovača bude v tvare:

$$F(z) = C \cdot (a_0 + a_2 \cdot z^{-2KZV}) \quad (21)$$

V zmysle konvencií kreslenia realizačných schém diskretných systémov možno pre prenosovú funkciu diskretného systému (20) nakresliť schému:



Obr.3 Realizačná schéma diskretného tvarovača (20)

Poznamenajme, že v každej perióde vzorkovania  $T_{nv}$  treba vypočítať vzorku výstupnej veličiny  $y(n)$ . Postupnosť  $\{y(n)\}$  predstavuje riadiaci signál po tvarovaní.

$$y(n) = c_0 \cdot x(n) + c_1 \cdot x(n - KZV) + c_2 \cdot x(n - 2 \cdot KZV) \quad (22)$$

kde  $c_0 = C \cdot a_0$ ,  $c_1 = C \cdot a_1$  a  $c_2 = C \cdot a_2$ .

Pre programátora je predpis (22) na výpočet výstupu  $y(n)$  pri znalosti hodnoty  $T_{nv}$  a  $x(n)$  dostatočnou informáciou na úspešnú implementáciu tvarovacieho obvodu.

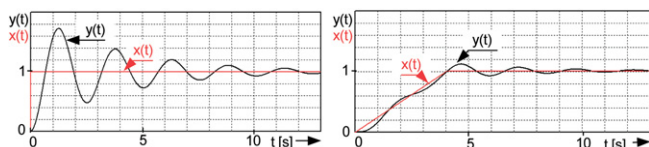
Ak porovnáme realizačnú schému diskretného tvarovača, obr. 3 s obr. 6 „Princíp softvérovej implementácie tvarovača“ uvedeným v [1], môžeme konštatovať, že až na drobné nepresnosti v obr. 6 (namiesto  $t_i$  na výstupoch registra by bolo vhodnejšie označenie  $a(t - t_i)$ , spracovanie v čase spojitely veličiny  $a_r(t)$  posuvným registrom nemožno zjednodušiť až do uvádzanej miery) sú obidve realizácie principiálne zhodné.

## 2. Simulačné experimenty

Na ilustráciu činnosti navrhnutého diskretného tvarovača uvedme výsledky simulačných experimentov. Riadená sústava nech je charakterizovaná prenosom v tvare:

$$F(s) = \frac{1}{0,16 \cdot s^2 + 0,08 \cdot s + 1} \quad T = 0,4; b = 0,1 \quad (23)$$

Prechodová charakteristika, ako aj reakcia sústavy s prenosom (23) na obmedzený skok rýchlosti sú uvedené na obr. 4.

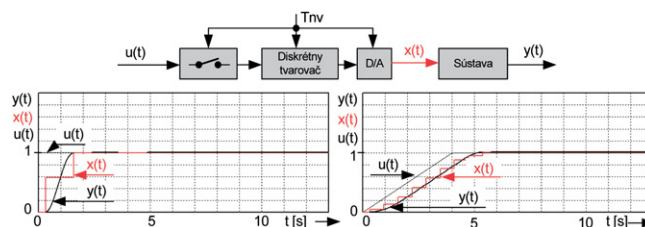


Obr.4 Reakcia sústavy s prenosom (23) na skok polohy a skok rýchlosti

Z prechodovej charakteristiky je zrejmé, že ide o slabu tlmenú rezonančnú sústavu. Upravme vstupný signál pomocou diskretného tvarovača (21). Po dosadení konkrétnych hodnôt do vzťahov (15) a (16) dostaneme:

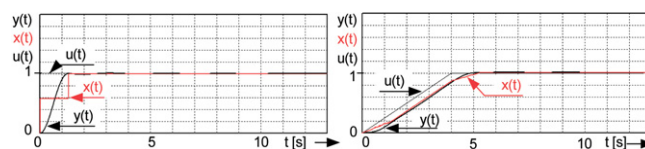
$$\begin{aligned} T_v &= 0,6315 \\ c_0 &= 0,5782 \\ c_1 &= 0,4218 \end{aligned} \quad (24)$$

$$F(z) = X(z)/U(z) = 0,5782 + 0,4218 \cdot z^{-2 \cdot KZV}$$



Obr.5 Reakcia sústavy s diskretným tvarovačom (24), ak  $KZV = 1$

Na obr. 5 sú uvedené reakcie sústavy s diskretným tvarovačom na vstupný signál  $u(t)$ , skok polohy a obmedzený skok rýchlosti. Perióda vzorkovania diskretného tvarovacieho obvodu bola  $T_{nv} = T_v = 0,6315$  s.



Obr.6 Reakcia sústavy s diskretným tvarovačom (24), ak  $KZV = 32$

Na obr. 6 sú uvedené reakcie sústavy s diskretným tvarovačom. V tomto prípade sa koeficient zvýšenia vzorkovacej frekvencie  $KZV$  rovnal 32. Perióda vzorkovania tvarovacieho obvodu potom bola  $T_{nv} = T_v/32 = 20$  ms. Na základe ilustračných obrázkov možno konštatovať, že zvýšenie frekvencie vzorkovania tvarovača skráti čas reakcie systému tvarovač – sústava. Je potrebné poznamenať, že v prípade, ak nemožno s ľubovoľnou presnosťou voliť periódu vzorkovania číslicového systému  $T_{nv}$  tak, aby perióda  $T_v$  bola celočíselným násobkom periódy  $T_{nv}$ , dôjde k zhoršeniu potlačenia reziduálnych kmitov. S uvedeným problémom sa však stretneme vždy pri realizácii metód tvarovania pomocou PLC (chyba kvantovania času).

## Záver

Vznik tohto príspevku bol motivovaný článkom „Metóda bezrezonančného riadenia plniacej linky“. Cieľom príspevku nebolo polemizovať s teoretickými úvahami, postupmi a dosiahnutými výsledkami autorov, má len poukázať na alternatívny prístup k návrhu metód riadenia pružných systémov. Opäť pripomínam, že príspevok je písaný v značne zjednodušenej forme, nezaobrá sa zvýšením odolnosti tvarovacieho člena pomocou zvýšenia násobnosti núl prenosu tvarovača z. Dá sa dokázať, že dvojnásobné nuly situované v póloch prenosu sústavy vedú na kladný ZVD tvarovač, (6). Vhodným umiestnením doplnkových núl prenosu tvarovača tiež možno zvýšiť necitlivosť na chyby kvantovania času, čo sa ocení pri praktickej realizácii tvarovača. Napriek skutočnosti, že metóda návrhu diskretného tvarovača bola ilustrovaná na jednomódovom systéme, jej rozšírenie na tzv. viacmódové systémy je veľmi jednoduché – narastie počet pólov, čo spôsobí ekvivalentný nárast počtu núl prenosu tvarovacieho člena. Diskretný tvarovač je ľahko realizovateľný pomocou ľubovoľného číslicového systému.

Na záver možno konštatovať, že tvarovač riadiacich signálov ponúka jednoduché a účinné riešenie na potlačenie reziduálnych kmitov systémov s pružnými prvkami. Môžeme preto očakávať, že aj v budúcnosti budú mať metódy tvarovania riadiacich signálov svoje miesto najmä v oblasti riadenia polohových systémov.

## Literatúra

- [1] P. HUBINSKÝ, T. POSPIECH: Metóda bezrezonančného riadenia plniacej linky. In: AT&P journal 12, 2009, ISSN 1335-2237.
- [2] K. KOZAK, J. HUEY, W. SIGHOSE: Performance Measures for Input Shaping. Proceedings of the IEEE Conf. on Control Applications, Istanbul, Turkey, 2003.

- [3] W. SINGHOSE, E. BIEDIGER, H. OKADA, S. MATUNAGA: Experimental of Real-Time Control for Flexible Systems with On/Off Actuators. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 128, 2006.
- [4] D. ECONOMOU, C. MAVROIDIS, I. ANTONIADIS: Comparison of Filter Used for Command Preconditioning in Vibration Suppression Applications. *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, 2002.*
- [5] J. FORTGANG, V. PATRANGENARU, W. SINGHOSE: Scheduling of Input Shaping and Transient Vibration Absorbers for High-Rise Elevators. *Proceedings of the American Control Conference, 2006.*
- [6] M. J. ROBERTSON, W. E. SINGHOSE: Multi-Level Optimization Techniques for Designing Digital Input Shapers. *Proceedings of the American Control Conference, Arlington 2001.*
- [7] A. KAMEL, F. LANGE, G. HIRZINGER: New Aspect of Input Shaping Control to Damp Oscillations of a Compliant Force Sensor. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Pasadena 2008.*
- [8] D. KIM, W. SINGHOSE: Reduction of Double-Pendulum Bridge Crane Oscillations. *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on Motion and Vibration Control, Korea 2006.*
- [9] E. BIEDIGER, J. LAWRENCE, W. SINGHOSE: Improving Trajectory Tracking for Systems with Unobservable Modes Using Command Generation. *Proceedings of the American Control Conference, Portland 2005.*
- [10] J. R. HUEY, K. L. SORENSEN, W. E. SINGHOSE: Useful Applications of closed/loop signal shaping controllers. *Control Engineering Practice*, vol. 16, Elsevier 2008.
- [11] L. Y. PAO, C. F. CUTFORTH: On Frequency-Domain and Time-Domain input Shaping for Multi-Mode Flexible Structures. *ASME*, vol. 125, 2003.
- [12] Z. JIANYING, L. TUN, Z. ZHUPING: Study on Component Synthesis Active Vibration Suppression Method Using Zero-placement Technique. *Chinese Journal of Aeronautic*, vol. 21, 2007.
- [13] N. SINGER, W. SINGHOSE, W. SEERING: Comparison of Filtering Methods for Reducing Residual Vibration. *European Journal of Control* 1999.
- [14] W. SINGHOSE, L. PAO: A Comparison of Input Shaping and Time-Optimal Flexible-Body Control. *Control Engineering Practice*, vol. 5, 1997.
- [15] N. C. SINGER, W. SEERING: Per shaping Command Inputs to reduce Systems Vibration. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 112, 1990.
- [16] T. D. TUTTLE, W. P. SEERING: A Zero-placement Technique for Designing Shaped Inputs to Suppress Multiple-mode Vibration. *Proceedings of the American Control Conference, Baltimore 1994.*

**Juraj Miček**

**e-mail: juraj.miccek@fri.uniza.sk**