

# Modelovanie a riadenie nelineárnych systémov pomocou Fuzzy Hammersteinovho modelu

Modelovanie a riadenie nelineárnych systémov zvyčajnými metódami je len veľmi ťažko reali-zovateľné. Matematický model systému však možno nahradiť modelom založeným na fuzzy logike, ktorý dokáže modelovať aj značne nelineárne systémy. Tento príspevok sa zaoberá modelovaním a riadením nelineárnych systémov pomocou Fuzzy Hammersteinovho modelu (FH model), pričom sa používa prediktívne riadenie GPC. Metóda modelovania a riadenia sa realizuje v prostredí Matlab-Simulink a demonštruje na príklade izotermického reaktora. Riadenie s FH modelom sa nakoniec porovnáva s riadením s neurónovým modelom (MLP).

## Úvod

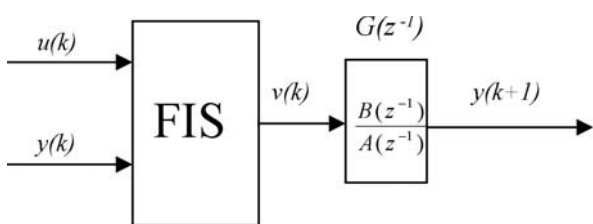
Oblasť automatického riadenia (AC) má viac ako 60 rokov. Princípy AC prenikajú do takých rozdielnych oblastí, ako je biológia, medicína, bankovníctvo, ekonómia atď. a s ich aplikáciami sa môžeme stretnúť prakticky všade v našom každodennom živote.

Konvenčné štandardné stratégie riadenia sa využívajú už niekoľko desaťročí. Veľká väčšina automatických riadiacich slučiek v priemysle procesov (90 %) sa stále spolieha na rôzne formy PID regulátorov. [1]

Zvyčajné metódy riadenia nie sú však použiteľné na značne nelineárne procesy. Umelá neurónová sieť (ANN), genetický algoritmus (GA), fuzzy logika, hybridné a adaptívne systémy sú založené na biologickom modeli transformovanom od matematického modelu. Tieto modely sú schopné správať sa ako konkrétny nelineárny systém a možno ich aplikovať online v čase a s riadením s požadovanou presnosťou. [2]

Hammersteinov model je jeden z najjednoduchších a najpopulárnejších členov rodiny blokovo orientovaných nelineárnych dynamických modelov. Pozostáva zo statickej nelinearity  $f(\cdot)$ , spojenej v kaskáde s lineárnym dynamickým modelom definovaným prenosovou funkciou  $G(z)$ . [3]

Fuzzy Hammersteinov model (FH model) pozostáva zo statického fuzzy modelu spojeného do série s lineárnym dynamickým modelom. Statickú nelinearitu  $f(\cdot)$  reprezentuje funkcia  $v=f(u)$ . V predloženom príspevku funkcia  $f(\cdot)$  reprezentuje Takagi-Sugeno fuzzy model nultého rádu. Lineárnu časť dynamického modelu reprezentuje dynamický model typu ARX. [4]



Obr.1 Bloková schéma Fuzzy Hammersteinovho modelu

## Formulácia problematiky

### Identifikácia FH modelu

FH model sa vyjadruje pomocou vzťahu:

$$y(k+1) = \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i+1) + \sum_{j=1}^{N_R} \beta_j (u(k-i-n_d+1), y(k-i-n_d+1)) d_j + \sum_{i=1}^{n_b} b_i \frac{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j (u(k-i-n_d+1), y(k-i-n_d+1))}{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j (u(k-i-n_d+1), y(k-i-n_d+1))} \quad (1)$$

Váha

$$0 \leq \beta_{(i_u, i_y)}(u, y) \leq 1,$$

hodnota  $(i_u, i_y)$ -tého pravidla sa vypočíta ako:

$$\beta_{(i_u, i_y)}(u, y) = A_{(u, i_u)}(u) \times A_{(y, i_y)}(y) \quad (2)$$

kde  $A(u, i_u)$ ,  $A(y, i_y)$  sú Gaussove funkcie.  $N_R$  označuje počet pravidiel fuzzy modelu,  $n_a$  je rád menovateľa a  $n_b$  rád čitateľa ARX modelu.

Parametre  $a_i$  a  $b_i$ , patriace lineárnemu dynamickému modelu, budeme nazývať „lineárnymi parametrami“, zatiaľ čo parametre  $d_j$ , patriace fuzzy modelu, budeme nazývať „nelineárnymi parametrami“.

Budeme sa zaoberať jedнокrokovým iteračným riešením identifikácie FH modelu. Trieda jedнокrokových iteračných riešení zahŕňa techniky, ktoré striedavo vylepšujú odhad dynamickej lineárnej časti a statickej nelinearity. Na identifikáciu sa používajú iba dynamické dáta. Použí-tá metóda je modifikáciou algoritmu navrhnutého Narendrom a Gallmanom na identifikáciu Hammersteinovho modelu s polynomiálnou statickou nelinearitou. Parametre modelu sa získajú oddelením odhadu lineárnej dynamiky od odhadu statickej nelineárnej časti. Na začiatku nie je známe nič z týchto častí, k riešeniu sa dospeje použitím iteračného identifikačného algoritmu.

Na zjednodušenie možno predpokladať, že podmienková časť fuzzy modelu (fuzzy množiny) je navrhnutá manuálne, na základe apriórnych informácií. Možno tiež využiť numerické optimalizačné techniky, ako fuzzy clustering. Identifikačný algoritmus potom umožňuje určiť parametre  $a_i$ ,  $b_i$  a  $d_j$ . Je to jasne nelineárny optimalizačný problém. Na identifikáciu možno použiť on-line alebo off-line prístup. Na zjednodušenie použijeme iteračnú off-line procedúru.

Najskôr možno predpokladať, že parametre  $a_i$ ,  $b_i$  lineárneho dynamického modelu sú známe. Potom parametre

$$\bar{d} = [d_1, \dots, d_{N_R}]$$

nelineárnej časti možno odhadnúť riešením regresného problému:

$$\bar{y}_d = \bar{\phi}_d \bar{d} + \bar{\varepsilon} \quad (3)$$

kde  $\bar{\varepsilon}$  označuje chybu modelovania s nulovou strednou hodnotou a normálnym rozdelením.

Pre  $N$  dátových párov sú vektor  $\bar{y}_d$  a matica  $\bar{\phi}_d$  dané vzťahmi:

$$\bar{y}_d = \begin{bmatrix} y_d(1) \\ y_d(2) \\ \vdots \\ y_d(N) \end{bmatrix}, \quad \bar{\phi}_d = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_d(1) \\ \bar{\phi}_d(2) \\ \vdots \\ \bar{\phi}_d(N) \end{bmatrix} \quad (4)$$

kde:

$$y_d(k) = y(k) - \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i)$$

$$\bar{\phi}_d(k) = \left[ \sum_{i=1}^{n_b} b_i \beta_1(u(k-i-n_d)), \dots, \sum_{i=1}^{n_b} b_i \beta_{N_R}(u(k-i-n_d)) \right] / \sum_{i=1}^{N_R} \beta_i(u(k-i-n_d))$$

Riešenie sa získa metódou najmenších štvorcov:

$$\bar{d} = \left[ \bar{\phi}_d^T \bar{\phi}_d \right]^{-1} \bar{\phi}_d^T \bar{y}_d$$

Parametre lineárneho dynamického modelu

$$\bar{\theta}_l = [a_1, \dots, a_{n_y}, b_1, \dots, b_{n_u}]$$

možno odhadnúť riešením regresného problému:

$$\bar{y}_l = \bar{\phi}_l \bar{\theta}_l + \bar{\varepsilon}$$

kde:

$$\bar{y}_l = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}, \bar{\phi}_l = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_l(1) \\ \bar{\phi}_l(2) \\ \vdots \\ \bar{\phi}_l(N) \end{bmatrix}$$

a:

$$\bar{\phi}_l(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_a), \frac{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j(u(k-1-n_d)) d_j}{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j(u(k-1-n_d))}, \frac{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j(u(k-n_b-n_d)) d_j}{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j(u(k-n_b-n_d))}]$$

Odhad lineárnych parametrov metódou najmenších štvorcov sa vypočíta pomocou vzťahu:

$$\bar{\theta}_l = \left[ \bar{\phi}_l^T \bar{\phi}_l \right]^{-1} \bar{\phi}_l^T \bar{y}_l$$

Nelineárne parametre  $\bar{d}$  sa potom odhadujú znovu použitím (6) a celá procedúra sa iteračne opakuje.

Keďže statické zosilnenie FH modelu je určené aj statickou nelinearitou, aj zosilnením lineárnej časti, model je redundantný, takže táto metóda môže divergovať.

Jednotkové zosilnenie identifikovaného lineárneho modelu sa zaisťuje použitím viazaného kvadratického programovania (QP) namiesto (10):

$$\min_{\bar{\theta}} \left\{ \frac{1}{2} \bar{\theta}_l^T H \bar{\theta}_l + \bar{c}^T \bar{\theta}_l \right\}$$

s  $H = 2 \bar{\phi}_l^T \bar{\phi}_l$  a  $\bar{c} = -2 \bar{\phi}_l^T \bar{y}_l$ . Obmedzenie  $\bar{\theta}_l$  možno napísať ako:

$$[1, 1, \dots, 1] \bar{\theta}_l = 1$$

Iteračný algoritmus sa zastaví, ak je pri oboch,  $\bar{\theta}_l$  aj  $\bar{d}$ , splnená podmienka konvergencie.

Výraz „konvergencia“ tu znamená, že norma rozdielu dvoch parametrov medzi dvoma po sebe idúcimi iteráciami je menšia ako preddefinovaná prahová úroveň. Uvedený algoritmus je výpočtovo náročný, pretože vyžaduje riešenie jedného problému metódou najmenších štvorcov a jedného kvadratickým programovaním v každej iterácii. Navyše keďže ide o off-line algoritmus, ak sú platné nové vstupno-výstupné dáta, celý algoritmus sa musí reštartovať. [4]

## Riadenie nelineárneho systému pomocou FH modelu a GPC algoritmu riadenia

Na riadenie nelineárneho systému sa používa jeho FH model a prediktívny algoritmus GPC. Keďže algoritmus GPC využíva ARX model systému, treba pri každom výpočte akčného zásahu prepočítať FH model systému na ARX model. Využíva sa pri tom linearizácia FH modelu v pracovnom bode.

Linearizáciou rovnice FH modelu:

$$y(k+1) = \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i+1) + \sum_{j=1}^{N_R} \beta_j(u(k-i+1), y(k-i+1)) d_j + \sum_{i=1}^{n_b} b_i \frac{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j(u(k-i+1), y(k-i+1)) d_j}{\sum_{j=1}^{N_R} \beta_j(u(k-i+1), y(k-i+1))}$$

v pracovnom bode  $(x, y(x)) = ((u(k), y(k)), y(k+1), u(k), y(k))$  sa dospeje k lineárnej rovnici, ktorá zastupuje ARX model:

$$y(k+1) = \sum_{i=1}^{n_b} dyu(k-i+1) \Delta u(k-i+1) + (1 + dy y(k)) y(k) + \sum_{i=1}^{n_{a2}-1} (dy y(k-1) - dy y(k-i+1)) y(k-i) - dy y(k-n_{a2}+1) y(k-n_{a2})$$

$n_{a2} = n_a + 1$  ak  $n_a > n_b$

$= n_b + 1$  ak  $n_a \leq n_b$

$dyu(k-i) =$  pre

$$= b_{i+1} \frac{\partial v(k, u(k), y(k))}{\partial u(k)} \Big|_{\substack{u(k)=u(k-i-1) \\ y(k)=y(k-i)}} \quad i \in \langle 0; n_b - 1 \rangle$$

$dy y(k-i) = a_{i+1}$  pre

$$+ b_{i+1} \frac{\partial v(k, u(k), y(k))}{\partial y(k)} \Big|_{\substack{u(k)=u(k-i-1) \\ y(k)=y(k-i)}} \quad i \in \langle 0; n_{a2} - 1 \rangle$$

$$v(k, u(k), y(k)) = \frac{\sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} \beta_{ij}(u(k), y(k)) d_{ij}}{\sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} \beta_{ij}(u(k), y(k))} \quad (17)$$

$$\beta_{ij}(u(k), y(k)) = e^{-\frac{(u(k)-c_{ui})^2}{2\text{sig}_{ui}^2}} \cdot e^{-\frac{(y(k)-c_{yj})^2}{2\text{sig}_{yj}^2}} \quad (18)$$

$M_1$  a  $M_2$  predstavujú počet fuzzy množín pre jednotlivé vstupy  $u(k)$  a  $y(k)$  a  $c_{ui}$ ,  $\text{sig}_{ui}$ ,  $c_{yj}$  a  $\text{sig}_{yj}$  parametre jednotlivých fuzzy množín.

Ďalej sa pokračuje ako v klasickom prediktívnom algoritme GPC.

## Overenie algoritmov modelovania a riadenia na príklade izotermického reaktora

Matematický model izotermického reaktora opisujú diferenciálne rovnice:

$$\frac{dC_a}{dt} = -k_1 C_a - k_3 C_a^2 + \frac{F}{V} (C_{af} - C_a) \quad (19)$$

$$\frac{dC_b}{dt} = k_1 C_a - k_2 C_b - \frac{F}{V} C_b \quad (20)$$

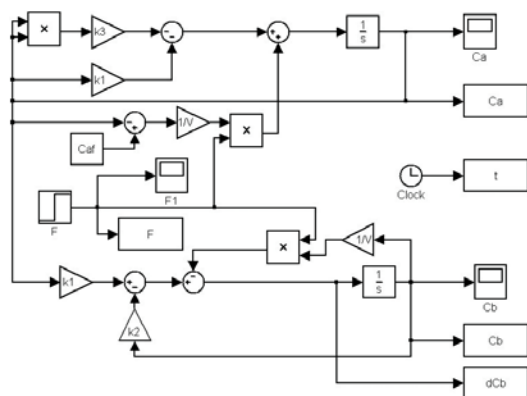
hodnoty parametrov reaktora:

$$\begin{aligned} k_1 &= 50 \text{ s}^{-1} \\ k_2 &= 100 \text{ s}^{-1} \\ k_3 &= 10 \text{ mol}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \\ C_{af} &= 10 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} \end{aligned} \quad [3]$$

Vstupom do systému je objemový prietok  $F$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] a výstupom zo systému je koncentrácia látky B  $C_b$  [ $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ ].

Daný systém je nelineárny. Stavové rovnice nemožno zapísať v maticovom tvare, ako lineárny systém. Obsahujú druhú mocninu stavovej veličiny  $C_a$  a súčiny stavových veličín so vstupnou veličinou

$$F \left( -\frac{F}{V} C_a, -\frac{F}{V} C_b \right)$$



**Obr.2** Schéma izotermického reaktora v prostredí Matlab-Simulink

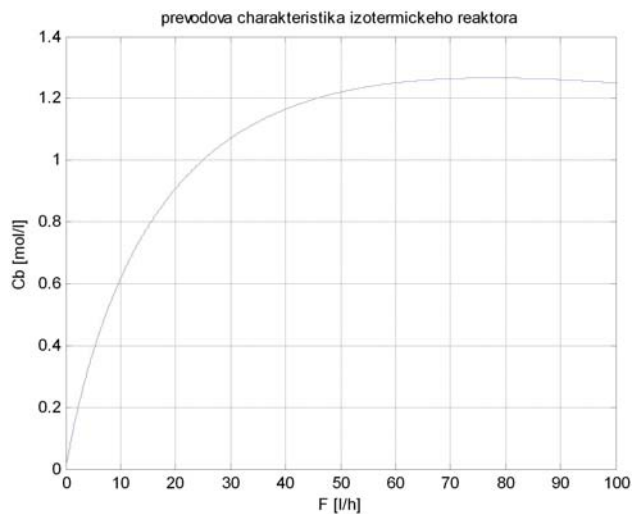
Schéma procesu sa nachádza na obrázku 2.

Na obrázku 3 je zobrazená prevodová charakteristika systému. Na tvorbu FH modelu sa použil rozsah vstupu  $F = \langle 0; 77 \rangle$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] ( $C_b = \langle 0; 1,264 \rangle$  [ $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ ]), aby sa každej hodnote výstupu  $C_b$  dala jednoznačne priradiť práve jedna hodnota vstupu  $F$ .

### Tvorba FH modelu

Pri tvorbe FH modelu sa použili iba dynamické dáta pri skokovej zmene hodnoty vstupu systému smerom nahor, pretože dynamika systému

pri skokoch smerom nadol je natolko odlišná, že pri použití v riadení je riadiaci systém nestabilný. Ak sa použijú iba tieto vybrané dáta, FH model je vhodný na modelovanie a riadenie systému aj pri skokoch smerom nadol.



**Obr.3** Prevodová charakteristika izotermického reaktora

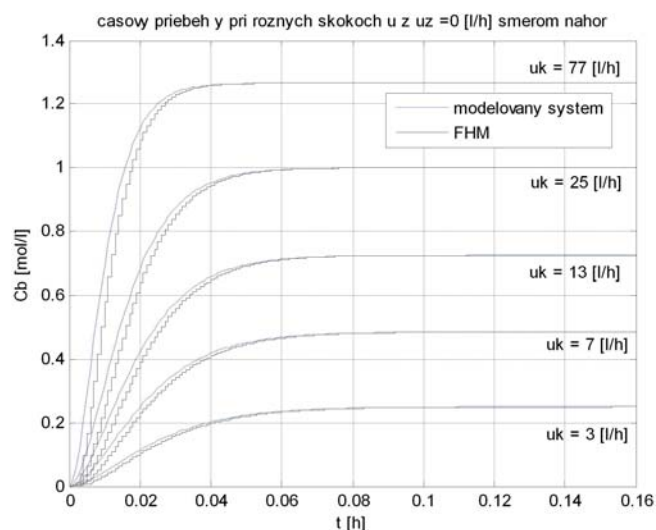
Izotermický reaktor sa identifikoval ako systém druhého rádu, preto sa parametre ARX modelu  $n_a$  a  $n_b$  nastavili na hodnotu 2.

Na obrázkoch 4 a 5 sú porovnané časové priebehy výstupu  $y$  ( $C_b$ ) modelovaného systému a jeho FH modelu pri skokoch akčnej veličiny  $u$  ( $F$ ) z  $u_z = 0 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  smerom nahor (obr. 4) a z  $u_z = 77 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  smerom nadol (obr. 5).

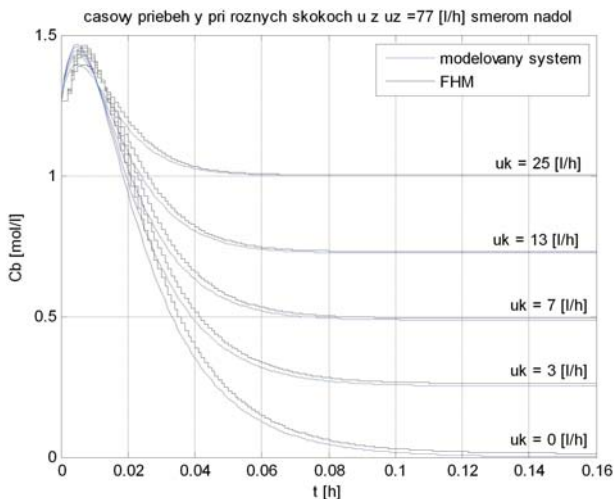
Časový priebeh výstupu z FH modelu sa oneskoruje za časovým výstupom z modelovaného systému zhruba o dve periódny vzorkovania. Dynamika FH modelu však zodpovedá dynamike modelovaného systému a statická chyba FH modelu je takmer nulová. Takto navrhnutý FH model možno používať pri prediktívnom GPC riadení.

### Porovnanie prediktívneho riadenia s FH modelom a prediktívneho riadenia s MLP modelom

Prediktívne riadenie s MLP modelom využíva ako model systému neurónovú sieť MLP (multi layer perceptron). Na obrázkoch 6 a 7 sú porovnané časové priebehy výstupu  $y$  a akčného zásahu  $u$  pri prediktívnom riadení s FH modelom a s MLP modelom pri rôznych skokoch



**Obr.4** Časové priebehy výstupu  $y$  modelovaného systému a jeho FH modelu pri rôznych skokoch akčnej veličiny  $u$  z  $u_z = 0 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  smerom nahor



**Obr.5** Časové priebehy výstupu  $y$  modelovaného systému a jeho FH modelu pri rôznych skokoch akčnej veličiny  $u$  z  $u_z = 77 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  smerom nadol

referenčného signálu w smerom nahor (obr. 6) a smerom nadol (obr. 7).

Skoky hodnoty referenčného signálu smerom nahor sa uskutočňovali z hodnoty  $w_z = 0 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ . Obe použité algoritmy riadenia zabezpečili stabilitu systému. Pri skokoch na hodnotu menšiu ako  $w_k = 0,3 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$  bola kvalita riadenia pri oboch algoritmoch porovnateľná a doba regulácie bola približne rovnaká. Pri skokoch na hodnoty väčšie ako  $w_k = 0,3 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ , ale menšie ako  $w_k = 0,8 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ , bolo riadenie s FH modelom úspešnejšie, doba regulácie bola kratšia. Pri skokoch na väčšie hodnoty sa však pri riadení s FH modelom doba regulácie výrazne predlžuje a výhodnejšie je riadenie s MLP modelom. Pri skokoch na veľmi vysoké hodnoty (nad  $w_k = 1 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ ) už nie je riadenie s FH modelom vhodné, pretože doba regulácie je príliš dlhá (rádovo sekundy a viac), zatiaľ čo doba regulácie pri riadení s MLP modelom zostáva skoro rovnaká.

Pri skokoch smerom nadol sa hodnota referenčného signálu menila z rozličných začiatkových hodnôt  $w_z$  na konečnú hodnotu  $w_k = 0 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ . Aj pri skokoch smerom nadol bola zabezpečená stabilita systému pri oboch použitých algoritmoch. Doba regulácie pri skokoch z hodnôt menších ako  $w_z = 1 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$  bola kratšia pri riadení s FH modelom. Pri skokoch z väčších hodnôt je výhodnejšie použiť riadenie s MLP modelom, lebo doba regulácie s riadením s FH modelom sa výrazne predlži.

## Záver

Navrhnuté metódy modelovania a riadenia sa overili na príklade izotermického reaktora v prostredí Matlab-Simulink. Takto vytvorený prediktívny regulátor dokáže zabezpečiť, aby regulovaná veličina s vysokou kvalitou sledovala časový priebeh želanéj výstupnej veličiny pri každej jej skokovej zmene v rozsahu 0 až  $0,8 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ . Pri väčšom rozsahu sa prejavuje vysoká nelinearita systému a navrhnutý regulátor nedokáže zabezpečiť dostatočnú kvalitu riadenia. Vďaka navrhnutému predikčnemu algoritmu riadenia a dobrým modelovacím algoritmom je prerégulovanie časového priebehu výstupnej veličiny veľmi malé.

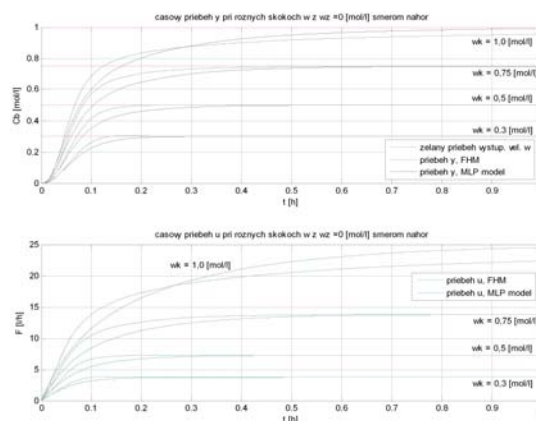
Prediktívne GPC riadenie s Fuzzy Hammersteinovým modelom je vhodné aj pre menej presné modely. Problém môže spôsobiť vhodnosť procesu. GPC riadenie nedokáže riadiť systémy s nestabilnou nulou. Ak je systém vhodný na riadenie pomocou GPC, je zväčša výhodnejšie použiť FH model, aj keď je nepresnejší, ako model s neurónovou sieťou. Fuzzy Hammersteinov model je vhodný najmä na modelovanie nelineárnych procesov so statickou nelinearitou.

## Podakovanie

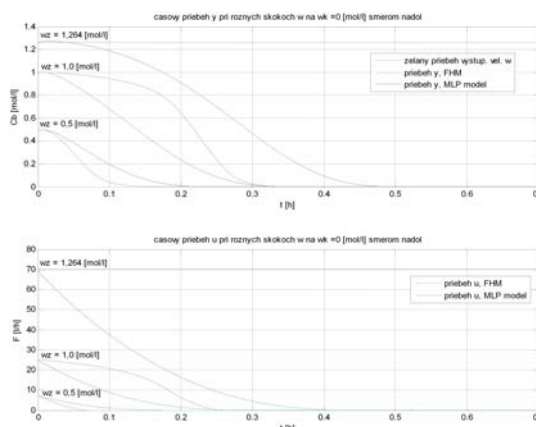
Tento článok vznikol s podporou grantu Vega 0822/08 a grantu Vega 1/3100/06.

## Literatúra

- [1] Kozák, Š.: Advanced Control Methods. Bratislava: FEI STU 2002, 280 s. Interné materiály.
- [2] Spišiak, M.: Artificial Neural Network Optimal Structures Determination. Bratislava: FEI STU, 2006. 90 s. Dizertačná práca.
- [3] Doyle III, F. J., Pearson, R. K., Ogunnaike B. A.: Identification and Control Using Volterra Models. London: Springer 2002, 314 s.
- [4] Abonyi, J. et al.: Identification and Control of Nonlinear Systems Using Fuzzy Hammerstein Models. Bratislava: FEI STU, 30 s. Interné materiály



**Obr.6** Porovnanie časových priebehov výstupu  $y$  a akčného zásahu  $u$  pri prediktívnom riadení s FH modelom a s MLP modelom pri skokoch referenčného signálu w smerom nahor



**Obr.7** Porovnanie časových priebehov výstupu  $y$  a akčného zásahu  $u$  pri prediktívnom riadení s FH modelom a s MLP modelom pri skokoch referenčného signálu w smerom nadol

## Ing. Zuzana Dideková

Slovenská technická univerzita  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Ústav riadenia a priemyselnej informatiky  
Ilkovičova 3  
812 19 Bratislava  
zuzana.didekova@stuba.sk

## prof. Ing. Štefan Kozák, PhD.

Slovenská technická univerzita  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Ústav riadenia a priemyselnej informatiky  
Ilkovičova 3  
812 19 Bratislava  
stefan.kozak@stuba.sk