Pravdepodobnostné metódy lokalizácie mobilného robota v prostredí

Cieľom článku je opísať dve pravdepodobnostné metódy lokalizácie mobilného robota v prostredí. Oproti klasickým prístupom v lokalizácii mobilných robotov v prostredí poskytujú tieto metódy najmä účinnejší nástroj samotnej lokalizácie. Ich nevýhodou je veľká výpočtová náročnosť. V konečnom dôsledku sa však pri súčasnom rozvoji výpočtovej techniky stávajú stále používanejšími.

Úvod [1]

Pravdepodobnostné metódy lokalizácie mobilného robota v prostredí určujú pravdepodob-nosti odhadov jeho pozície. Medzi najpoužívanejšie metódy týchto prístupov patrí Markovova lokalizácia a lokalizácia pomocou Kalmanovho filtra. Pri pohybe v známom prostredí robot štartuje zo známej pozície a lokalizuje sa pomocou odometrie. Aby sa vedel lokalizovať, musí svoje prostredie vnímať aj pomocou senzorov. Proces aktualizácie odometrickej informácie, ako aj informácie zo senzorov možno rozdeliť do dvoch krokov aktualizujúcich informáciu o polohe robota:

1. Konaj - reprezentuje meranie z odometrie o_t a predchádzajúci stav s_{t-1} na odhad terajšej pozície mobilného robota:

$$s'_t = Konaj(o_t, s_{t-1}) \tag{1}$$

2. Vnímaj - reprezentuje vstupy zo snímačov vzdialeností i_t a s odhadom terajšej pozície mobilného robota z odometrie odhaduje jeho spresnenú pozíciu v prostredí:

$$s_t = Vnímaj(i_t, s'_t) \tag{2}$$

Vo všeobecnosti prvý krok prispieva k neistote odhadu pozície mobilného robota, kým druhý krok tento odhad spresňuje. V prípade Markovovej lokalizácie sa odhad pozície mobilného robota reprezentuje pravdepodobnosťami každej možnej pozície robota v mape prostredia. Oba kroky sa teda musia byť vykonať nad každou časťou tejto mapy. Kalmanov filter reprezentuje odhad pozície robota ako stav definovaný gaussovskou funkciou. Oba kroky teda prispievajú len k zmene parametrov tejto funkcie.

Markovova lokalizácia umožňuje lokalizovať robot z akejkoľvek neznámej pozície, avšak na výpočet pravdepodobnosti všetkých pozícií v akomkoľvek čase potrebuje diskrétnu reprezentáciu prostredia, ktorú obmedzuje výpočtový výkon riadiaceho systému.

Metóda lokalizácie pomocou Kalmanovho filtra predpokladá poznanie prvej pozície robota, je precízna a efektívna. Táto lokalizácia nevyžaduje diskrétnu reprezentáciu prostredia. Zlyháva však, ak je neistota v odhade pozície robota príliš veľká (napríklad pri kolízii robota s iným objektom).

1. Markovova lokalizácia [1] [2]

Markovova lokalizácia používa na odhad pozície robota pravdepodobnostnú funkciu a diskrétnu reprezentáciu priestoru. Použitie pravdepodobnostných funkcií a diskrétnej reprezen-tácie priestoru vedie k veľkej výpočtovej náročnosti, pretože pri získaní nových hodnôt zo snímačov (odometrie alebo snímačov vzdialeností) táto lokalizácia združuje pôvodné prav-depodobnosti s novými údajmi s istou hustotou pravdepodobnosti nad celým diskrétnym priestorom.

Označme pravdepodobnosť, že robot r je na pozícii l v čase t, ako $p(r_t{=}l)$. Ide o pravdepodobnosť, ktorá je nezávislá od akejkoľvek znalosti, ktorú robot má. V skutočnosti však treba vypočítať pravdepodobnosť každej možnej pozície robota na základe informácií zo senzorov a odometrie. Ide teda o podmienenú pravdepodobnosť. Označme, že robot r je na základe informácií zo senzorov na pozícii l, ako $p(r_t{=}l|i_t)$. Takúto pravdepodobnosť možno vypočítať Bayesovým vzťahom o podmienenej pravdepodobnosti:

$$p(A \mid B) = \frac{p(B \mid A).p(A)}{p(B)} \tag{3}$$

Tak možno určiť nový stav robota, t. j. jeho polohu, na základe vstupov zo snímačov a predchádzajúceho stavu. Markovova lokalizácia spočíva v určení diskrétnej množiny možných pozícií robota L. Potom každej pozícii l z množiny L sa musí priradiť pravdepodobnosť $p(r_t{=}l)$. Na zjednodušenie neuvažujme index t a aplikujme Bayesov vzťah na pravdepodobnosť $p(r_t{=}l|i_t)$:

$$p(l \mid i) = \frac{p(i \mid l).p(l)}{p(i)} \tag{4}$$

Kľúčovou úlohou pri aplikácii tohto vzťahu je určiť $p(i|l)$. Ide o pravdepodobnosť hodnoty vstupných signálov zo senzorov v každej pozícii robota vypočítanú pomocou nejakého modelu (najčastejšie pomocou modelu snímačov). Jednou z možných stratégií je identifikovať pravdepodobnosť každého snímania s každou pozíciou v mape. Teda treba poznať umiestnenie snímačov na robote a zmapované prostredie. Pravdepodobnosť $p(l)$ je určená ako $p(r{=}l)$, čiže ako predchádzajúca pravdepodobnosť stavu (pozície) robota. Menovateľ vo vzťahu (4) nezávisí od polohy l, čiže sa nikdy nemení a je konštantný. V skutočnosti sa vo výpočte nepočíta s menovateľom, ale na konci kroku „Vnímaj" (pozri Úvod) sa všetky pravdepodobnosti normalizujú na súčet 1,0.

Krok „Konaj" (pozri Úvod) aktualizuje odhad stavu robota (pozície) s ohľadom na predchádzajúci odhad a meranie odometrie (teda akcie robota). Aby bolo možné vypočítať pravdepodobnosť, že robot sa bude nachádzať v novej pozícii l, treba počítať so všetkými možnými cestami, ako mohol robot dosiahnuť pozíciu l na základe potenciálnych budúcich pozícií vyjadrených v predchádzajúcom stave. Pozícia l môže byť dosiahnuteľná z rôznych predchádzajúcich pozícií, pretože meranie odometrie o je nespoľahlivé:

$$p(l_t \mid o_t) = \int p(l_t \mid l'_{t-1}, o_t).p(l'_{t-1})dl_t \tag{5}$$

Pravdepodobnosť každej pozície l je vyjadrená ako individuálne príspevky od všetkých ostatných pozícií l' z predchádzajúcich stavov daných meraním .

Rovnice (8) a (9) nazývame Markovov predpoklad. Výstupom Markovovej lokalizácie je funkcia, ktorá berie do úvahy len predchádzajúci stav robota a jeho posledné akcie (odometriu a snímače). V skutočnosti však stav robota závisí od celého priebehu jeho stavov a akcií. Napriek tomu Markovova lokalizácia zjednodušuje plánovanie a je v robotike veľmi populárna.

Markovovu lokalizáciu možno vysvetliť na jednoduchom príklade. Predpokladajme, že robot sa pohybuje len v smere jednej osi, počnúc pozíciou $p_0 = 0$. Nech existuje množina L všetkých pozícií robota obsahujúca prvky $\{0, 1, 2, 3\}$. Označme informácie z odometrie (resp. príkaz na vykonanie zmeny polohy) o_t ako a informácie zo snímačov o globálnej polohe robota ako i_t. Polohu robota označme ako a jej zmenu ako $\Delta p = p_t - p_{t-1}$. Zaveďme experimentálne určené pravdepodobnosti o polohe robota z odometrie:

$$P(\Delta p = o_t - 1) = 0{,}2$$
$$P(\Delta p = o_t) = 0{,}6$$
$$P(\Delta p = o_t + 1) = 0{,}2 \tag{6}$$

Rovnako zaveďme experimentálne určené pravdepodobnosti o polohe robota z meraní snímačov:

$$P(p_t = i_t - 1) = 0{,}1$$
$$P(p_t = i_t) = 0{,}8$$
$$P(p_t = i_t + 1) = 0{,}1 \tag{7}$$

Odmeriavanie polohy z odometrie je relatívne, teda meria zmeny medzi polohami, kým informácia zo snímača je absolútna a predpokladá použitie nejakého globálneho pozičného systému. Predpokladajme, že robot dostal v prvom kroku príkaz o $\Delta p = 2$, pričom informácie z jednotlivých systémov boli $o_t = 2$ a $i_t = 2$. Potom pravdepodobnosti jednotlivých pozícií z množiny L sú:

$$\begin{aligned}
&P(p_t = 1) = P(i_t = 2 \mid p_t = 1).P(p_t = 1 \mid o_t = 2, p_{t-1} = 0).\\
&.P(p_{t-1} = 0) = 0{,}1.0{,}2.1 = 0{,}02\\
&P(p_t = 2) = P(i_t = 2 \mid p_t = 2).P(p_t = 2 \mid o_t = 2, p_{t-1} = 0).\\
&.P(p_{t-1} = 0) = 0{,}8.0{,}6.1 = 0{,}48\\
&P(p_t = 3) = P(i_t = 2 \mid p_t = 3).P(p_t = 3 \mid o_t = 2, p_{t-1} = 0).\\
&.P(p_{t-1} = 0) = 0{,}1.0{,}2.1 = 0{,}02
\end{aligned} \tag{8}$$

Výsledné pravdepodobnosti sa musia normovať do súčtu 1,0:

$$P(p_t = 1) = 0{,}04$$
$$P(p_t = 2) = 0{,}92$$
$$P(p_t = 3) = 0{,}04 \tag{9}$$

Z výsledkov vyplýva, že robot je pravdepodobne v pozícii 2. Ďalší krok spočíva vo vykonaní príkazu $\Delta p = 1$, pričom informácie z jednotlivých systémov boli $o_t = 1$ a $i_t = 2$. Informácie z jednotlivých systémov si teda odporujú. Pravdepodobnosti nových odhadov o polohe robota vychádzajú z predchádzajúceho kroku:

$$\begin{aligned}
&P(p_t = 1) = P(i_t = 2 \mid p_t = 1).[P(p_t = 1 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 1).P(p_{t-1} = 1) +\\
&+ P(p_t = 1 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 2).P(p_{t-1} = 2) +\\
&+ P(p_t = 1 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 3).P(p_{t-1} = 3)] =\\
&= 0{,}1.(0{,}2.0{,}04 + 0.0{,}92 + 0.0{,}04) = 0{,}0008\\
&P(p_t = 2) = P(i_t = 2 \mid p_t = 2).[P(p_t = 2 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 1).P(p_{t-1} = 1) +\\
&+ P(p_t = 2 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 2).P(p_{t-1} = 2) +\\
&+ P(p_t = 2 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 3).P(p_{t-1} = 3)] =\\
&= 0{,}8.(0{,}6.0{,}04 + 0{,}2.0{,}92 + 0.0{,}04) = 0{,}1664\\
&P(p_t = 3) = P(i_t = 2 \mid p_t = 3).[P(p_t = 3 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 1).P(p_{t-1} = 1) +\\
&+ P(p_t = 3 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 2).P(p_{t-1} = 2) +\\
&+ P(p_t = 3 \mid o_t = 1, p_{t-1} = 3).P(p_{t-1} = 3)] =\\
&= 0{,}1.(0{,}2.0{,}04 + 0{,}6.0{,}92 + 0{,}2.0{,}04) = 0{,}0568
\end{aligned} \tag{10}$$

Výsledné pravdepodobnosti sa musia normovať do súčtu 1,0:

$$P(p_t = 1) = 0{,}0036$$
$$P(p_t = 2) = 0{,}743$$
$$P(p_t = 3) = 0{,}254 \tag{11}$$

Keďže pravdepodobnostný model definoval, že sa kladie väčší dôraz na informácie zo snímačov, výsledok, že robot sa stále nachádza v pozícii 2, je logický. Výsledok hovorí aj to, že robot je v pozícii číslo 1 s takmer nulovou pravdepodobnosťou. Z tohto príkladu vyplýva, že priestor sa musí definovať diskrétne s nejakým rozlíšením. Aj na takomto jednoduchom príklade vidno výpočtovú náročnosť tejto metódy.

2. Lokalizácia pomocou Kalmanovho filtra [1] [3] [4] [5]

Roboty zvyčajne obsahujú niekoľko heterogénnych snímačov, z ktorých každý svojimi infor-máciami prispieva k určeniu polohy robota a zároveň každý je náchylný na iné chyby. Opti-málna lokalizácia by mala s tým všetkým počítať. Markovova lokalizácia s takýmto spôsobom vyhodnocovania informácií nepočíta a pre každý snímač má určenú rovnakú pravdepodobnostnú funkciu. Takýto spôsob lokalizácie je síce všeobecný, ale neefektívny. Kľúčovým problémom spoľahlivej lokalizácie mobilných robotov je vyriešenie senzorovej fúzie viacerých snímačov. Na dosiahnutie účinnej senzorovej fúzie je vhodná výkonná technika nazvaná Kalmanov filter. Lokalizácia pomocou Kalmanovho filtra je účinnejšia ako Markovova lokalizácia vďaka kľúčovým zjednodušeniam pri reprezentácii pravdepodobnostnej funkcie odhadu stavu robota a použitiu individuálnych pravdepodobnostných funkcií pre rôzne snímače. Výsledkom je optimálny algoritmus na rekurzívne spracovanie dát zo snímačov.

Základná metóda Kalmanovho filtra umožňuje spájať viaceré merania do odhadu stavu robota. Najskôr uvažujme so zjednodušením, že robot sa medzi prvým a druhým meraním nepohne. Predpokladajme, že robot má dva snímače: ultrazvukový a laserový. Aj keď laserový skener má väčší dosah a je presnejší, jeho chybové módy sa od ultrazvukového líšia. Príkladom je výskyt sklenenej prekážky, kde laserový skener zlyháva a naopak ultrazvukový snímač poskytuje spoľahlivé meranie. Predpokladajme unimodálnu gaussovskú pravdepodobnostnú funkciu s nulovou strednou hodnotou pre oba snímače. Ďalším predpokladom je, že ultrazvukový snímač snímal v čase k a laserový skener v čase $k+1$, pričom sa robot medzi týmito dvoma časmi nepohol. Označme odhad pozície pomocou ultrazvukového snímača ako p_1a odhad pozície pomocou laserového skenera ako p_2. Každému snímaču môžeme prideliť rozptyl: σ_1 a σ_2. O odhade pozície robota môžeme zapísať:

$\hat{p}_1 = p_1$ s rozptylom σ_1^2

$\hat{p}_2 = p_2$ s rozptylom σ_2^2 (12)

Kľúčovou otázkou je, ako spojiť tieto dáta do čo najlepšieho odhadu pozície robota p. Keďže sme predpokladali, že medzi časom k a časom $k+1$ nedošlo k žiadnemu pohybu robota, možno aplikovať techniku najmenších štvorcov:

$$S = \sum_{i=1}^{n} w_i.(\hat{p} - p_i)^2 \ , \tag{13}$$

kde w_i je váha i-teho merania. Keďže treba nájsť minimálnu chybu merania, derivácia S sa má rovnať 0:

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{p}} = \frac{\partial}{\partial \hat{p}} \sum_{i=1}^{n} w_i.(\hat{p} - p_i)^2 = 2\sum_{i=1}^{n} w_i.(\hat{p} - p_i) = 0 \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i.\hat{p} - \sum_{i=1}^{n} w_i.p_i = 0 \tag{15}$$

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i.p_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \tag{16}$$

Ak postavíme váhu w_i rovnú:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}, \tag{17}$$

potom sa hodnota $\hat{p}$ v prípade dvoch meraní definuje ako:

$$\hat{p} = \frac{\frac{1}{\sigma_1^2}p_1 + \frac{1}{\sigma_2^2}p_2}{\frac{1}{\sigma_1^2}+\frac{1}{\sigma_2^2}} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}p_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}p_2 \tag{18}$$

pričom platí, že:

$$\frac{1}{\sigma^2} = +\frac{1}{\sigma_1^2}+\frac{1}{\sigma_2^2} = \frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2} \quad \text{a} \quad \sigma^2 = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2} \tag{19}$$

Výsledný rozptyl σ^2je menší ako jednotlivé rozptyly meraní snímačov. Znížila sa neistota v odhade pozície robota pomocou kombinácie dvoch meraní a aj nepresné meranie (napríklad pomocou ultrazvukového snímača) prispieva k presnosti odhadu. Rovnicu na odhad pozície robota možno prepísať do tvaru:

$$\hat{p} = p_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}(p_2 - p_1) \tag{20}$$

alebo do tvaru, ktorý sa používa pri implementácii Kalmanovho filtra:

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + K_{k+1}.(m_{k+1} - \hat{x}), \tag{21}$$

kde:

$$K_{k+1} = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^2+\sigma_m^2} \tag{22}$$

V príklade s meraním dvoch snímačov sa premenné σ_k a σ_z rovnajú:

$$\sigma_k^2 = \sigma_1^2 \quad \text{a} \quad \sigma_m^2 = \sigma_2^2 \tag{23}$$

Rovnica používaná pri implementácii Kalmanovho filtra hovorí, že najlepší odhad $\hat{x}_{k+1}$ stavu x_{k+1} v čase $k+1$ sa rovná najlepšiemu odhadu predchádzajúceho stavu $\hat{x}_k$ pred novým meraním m_{k+1} plus korekcia optimálneho váhovania vynásobená rozdielom medzi m_{k+1} a najlepším odhadom predchádzajúceho stavu $\hat{x}_k$ v čase $k+1$. Rozptyl stavu $\hat{x}_{k+1}$ možno vypočítať:

$$\sigma_{k+1}^2 = \sigma_k^2 - K_{k+1}.\sigma_k^2 \tag{24}$$

V ďalšom kroku uvažujme, že sa robot medzi dvomi meraniami snímačov pohol. Pohyb robota medzi časmi k a $k+1$ je opísaný rýchlosťou v a šumom w, ktorý reprezentuje neistotu v aktuálnej rýchlosti robota:

$$\frac{dx}{dt} = v + w \tag{25}$$

Počnúc časom k poznáme rozptyl σ_k^2 odhadu pozície robota a rozptyl σ_w^2pohybu robota. V čase k' (čas merania):

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k + v.(t_{k+1} - t_k) \tag{26}$$

$$\sigma_{k'}^2 = \sigma_k^2 + \sigma_w^2.[t_{k+1} - t_k] \tag{27}$$

Kde $t_k = t_{k+1}$.

Optimálna predikcia pozície robota $\hat{x}_{k'}$ sa zaznamená pri meraní v čase $k+1$. Opisuje teda zmenu chyby odhadu pozície robota, kým sa nezaznamená nové meranie snímačmi. Rovnice odvodené na statický odhad možno prepísať:

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + K_{k+1}.(m_k + 1 - \hat{x}_k) = \\ = [\hat{x}_k + v.(t_k + 1 - t_k)] + K_{k+1}.[z_{k+1} + \hat{x}_k - v.(t_k + 1 - t_k)] \tag{28}$$

$$K_{k+1} = \frac{\sigma_{k'}^2}{\sigma_{k'}^2+\sigma_m^2} = \frac{\sigma_k^2+\sigma_w^2.[t_{k+1}-t_k]}{\sigma_k^2+\sigma_w^2.[t_{k+1}-t_k]+\sigma_m^2} \tag{29}$$

Optimálny odhad pozície robota v čase $k+1$ je daný posledným odhadom pozície robota v čase k a odhadom pohybu robota vrátane odhadovanej chyby.

Rozdiel medzi Markovovou lokalizáciou a lokalizáciou pomocou Kalmanovho filtra teda spočíva v inom prístupe ku kroku „Vnímaj" (pozri Úvod). Kým pri Markovovej lokalizácii každá informácia zo snímačov aktualizuje každú možnú pozíciu robota, pri lokalizácii pomocou Kalmanovho filtra sa krok „Vnímaj" delí na viac krokov. Prvý sa nazýva predikcia pozície, pričom ide o aplikáciu gaussovského modelu chyby na odhad pozície z odometrie. Druhým krokom je pozorovanie, robot zbiera aktuálne údaje a extrahuje zodpovedajúce vlastnosti prostredia (steny, dvere a pod.). V rovnakom čase robot generuje na základe prvého kroku predikciu merania, čo je tretí krok, ktorý identifikuje očakávané vlastnosti prostredia a ich pozície. Štvrtým krokom je spájanie, robot identifikuje najlepšiu zhodu medzi druhým a tretím krokom. Nakoniec robot spája informácie z týchto krokov tak, aby dosiahol odhad svojej pozície v prostredí. Jednotlivé kroky možno opísať detailnejšie.

1. Predikcia pozície

Pozícia robota v čase $k+1$ je predikovaná na základe starej pozície (v čase k) a na základe jeho pohybu $v(t)$:

$$\hat{p}+(k+1\,|\,k) = f(\hat{p}(k\,|\,k), v(k)) \tag{30}$$

Túto rovnicu pre diferenciálne riadený robot možno interpretovať ako rovnice pre kinematickú schému takého podvozku. Ak je známy model chýb na odhad pozície takého systému, možno odhadnúť aj rozptyl

$$\sum\nolimits_p (k+1\,|\,k)$$

spojený s touto predikciou:

$$\sum\nolimits_p (k+1\,|\,k) = \nabla_p f.\sum\nolimits_p (k\,|\,k)._p f^T + \\ + \nabla_v f.\sum\nolimits_v (k).\nabla_v f^T \tag{31}$$

kde výrazy

$$\nabla_p f, \nabla_p f^T, \nabla_v f, \nabla_v f^T$$

predstavujú jakobiány. Ak je pozícia diferenciálne riadeného robota funkciou:

$$p = f(x, y, \theta, \Delta v_p, \Delta v_l), \tag{32}$$

potom:

$$\nabla_p f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial \theta} \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$\nabla_v f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \Delta v_p} \frac{\partial f}{\partial \Delta v_1} \end{bmatrix} \tag{34}$$

Výrazy $\sum_p (k\,|\,k)$ a $\sum_v (k)$ predstavujú kovariančné matice, napríklad $\sum_v (k)$ možno určiť:

$$\sum\nolimits_v (k) = \begin{bmatrix} k_p|\Delta v_p| & 0 \\ 0 & k_1|\Delta v_1| \end{bmatrix}, \tag{35}$$

kde k_p a k_l sú konštanty reprezentujúce nedeterministické parametre motora a interakcie kolies s povrchom. Podobne sa definuje aj matica

$$\sum_p (k \mid k) .$$

Tak možno predikovať pozíciu robota a neistotu v pohybe špecifikovaného funkciou $v(t)$.

2. Pozorovanie

Druhým krokom je získanie meraní zo senzorov $M(k+1)$ v čase $k+1$. Predpokladajme, že výsledkom pozorovania sú extrahované vlastnosti prostredia. Potom pozorovanie pozostáva z n_0 jednoduchých pozorovaní $m_j(k+1)$, ktoré reprezentujú vlastnosti prostredia, ako sú steny, dvere a pod., ale môžu to byť aj priamo dáta zo snímačov. Keďže na štvrtý krok (spájanie) sa využívajú výsledky z pozorovania a predikcie merania, oba tieto kroky sa musia definovať na rovnakom základe. Predikciu merania v globálnom súradnicovom systéme teda treba transformovať do lokálneho senzorového systému $\{S\}$ pomocou funkcie h_i.

3. Predikcia merania

Využijúc predikciu pozície robota $\hat{p}(k+1|k)$ a mapu prostredia, z ktorej možno vyextrahovať budúce pozorovania m_t, každú pozorovanú vlastnosť prostredia možno transformovať do lokálneho senzorového systému:

$$\hat{m}_i(k+1) = h_i(m_t, \hat{p}(k+1 \mid k)) \tag{36}$$

Predikcia merania je definovaná ako n_t predpokladaných pozorovaní:

$$\hat{M}(k+1) = \{\hat{m}_i(k+1) \mid (1 \le i \le n_t)\} \tag{37}$$

Predikcia pozície $\hat{p}(k+1|k)$ sa používa na určenie jakobiánu ∇h_i každej predikcie. Funkcia h_i obvykle vyjadruje transformáciu z globálneho súradnicového systému do lokálneho senzorového systému.

4. Spájanie

Cieľom tejto procedúry je porovnanie aktuálneho pozorovania $m_j(k+1)$ s predikovaným pozorovaním m_t. Pre každú predikciu merania a zodpovedajúce aktuálne meranie sa vypočíta zmena $z_{ij}(k+1)$:

$$\begin{aligned} z_{ij}(k+1) &= m_j(k+1) - \hat{m}_i(k+1) = \\ &= m_j(k+1) - h_i(m_t, \hat{p}(k+1 \mid k)) \end{aligned} \tag{38}$$

Kovarianciu tejto zmeny $\sum_{z,ij}(k+1)$ možno odvodiť na základe zákona šírenia chyby, vo všeobecnosti definovaného ako:

$$C_Y = F_X . C_X . F_X^T , \tag{39}$$

kde C_Y je hľadaná kovariančná matica reprezentujúca šírenie chyby na výstupoch, C_X je kovariančná matica reprezentujúca neistoty vo vstupoch a F_X je Jacobiho matica definovaná ako:

$$\begin{aligned} F_X &= \nabla f = \left[\nabla_x f(X)^T\right]^T = \\ &= \begin{bmatrix} f_1 \\ .. \\ f_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial X_1} & .. & \frac{\partial}{\partial X_n} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} & .. & \frac{\partial f_1}{\partial X_n} \\ .. & .. & .. \\ \frac{\partial f_m}{\partial X_m} & .. & \frac{\partial f_m}{\partial X_n} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{40}$$

Potom výraz pre $\sum_{z,ij}(k+1)$:

$$\sum_{z,ij}(k+1) = \nabla h_i . \sum_p (k+1 \mid k) . \nabla h_i^T + \sum_{R,j}(k+1) , \tag{41}$$

kde $\sum_{R,j}(k+1)$ reprezentuje kovarianciu merania $m_j(k+1)$. Na vypočítanie platnosti zhody medzi predikciou me-rania a pozorovaním treba definovať kritérium zhody. Toto kritérium možno definovať ako Mahalanobisovu vzdialenosť:

$$z_{ij}^T(k+1) . \sum_{z,ij}^{-1}(k+1) . z_{ij}(k+1) \le g^2 \tag{42}$$

Táto rovnica teda overuje, či pozorovanie $m_j(k+1)$ je súčasťou predikcie merania pod zvolenou hranicou g. Ak jednoduché pozorovanie patrí pod túto hranicu, potom robot stanoví úspešné spojenie medzi predikciou merania a pozorovaním. Ak pozorovanie patrí do viacerých predikovaných meraní, potom sa vyberie najlepší kandidát, alebo sa sleduje niekoľko hypotetických možností. Ak sa pozorovanie nezhoduje so žiadnym predikovaným meraním, na účely lokalizácie sa ignoruje. Takéto pozorovania mohli vzniknúť v dôsledku objektov nevyskytujúcich sa v mape, ako sú napríklad pohybujúce sa objekty.

5. Odhad (aplikácia Kalmanovho filtra)

Posledným krokom je vypočítanie najlepšieho odhadu pozície robota $p(k+1|k+1)$ založené na predikcii pozície a všetkých pozorovaniach v čase $(k+1)$. Aby bolo možné tento odhad vypočítať, treba potvrdené pozorovania $m_j(k+1)$ transformovať do vektora $m(k+1)$a podobne určiť úplnú zmenu $z(k+1)$. Ďalej treba jednotlivé jakobiány ∇h_i naskladať do úplného jakobiánu ∇h a vektory chyby merania do diagonálnej matice:

$$\sum_R (k+1) = diag\left[\sum_{R,j}(k+1)\right] \tag{43}$$

A nakoniec treba vypočítať celkovú zmenu kovariancií

$\sum_{z,ij}(k+1)$, ako $\sum_z (k+1)$.

Potom Kalmanov zisk možno vypočítať ako:

$$K(k+1) = \sum_p (k+1 \mid k) . \nabla h^T . \sum_z^{-1}(k+1) \tag{44}$$

O odhade pozície robota môžeme potom zapísať:

$$\hat{p}(k+1 \mid k+1) = \hat{p}(k+1 \mid k) + K(k+1) . z(k+1) \tag{45}$$

s príslušným rozptylom:

$$\sum_p (k+1 \mid k+1) = \sum_p (k+1 \mid k) - K(k+1) . \sum_z (k+1) . K^T(k+1) \tag{46}$$

Pri jednorozmernom odhade pozície a pri $h_i(m_t, p(k+1|k)) = mt$ K sa rovnica Kalmanovho zisku (44) zjednoduší na tvar:

$$K(k+1) = \frac{\sigma_p^2(k+1 \mid k)}{\sigma_z^2(k+1)} = \frac{\sigma_p^2(k+1 \mid k)}{\sigma_p^2(k+1 \mid k) + \sigma_R^2(k+1)} \tag{47}$$

Rovnica na odhad pozície pri jednorozmernom odhade sa zjednoduší na tvar:

$$\begin{aligned} \hat{p}(k+1 \mid k+1) &= \hat{p}(k+1 \mid k) + K(k+1) . z(k+1) \\ &= \hat{p}(k+1 \mid k) + K(k+1) . \left[m_j(k+1) - h_i(m_t, \hat{p}(k+1 \mid k))\right] \\ &= \hat{p}(k+1 \mid k) + K(k+1) . \left[m_j(k+1) - m_t\right] \end{aligned} \tag{48}$$

Záver

Kľúčovou otázkou pri riešení úloh mobilnej robotiky stále zostáva vyriešenie spoľahlivej lokalizácie robota v prostredí. Bez splnenia tejto úlohy nie je možné vykonávať ďalšie úlohy mobilnej robotiky. Vďaka rozvoju výpočtovej techniky si čoraz širšie uplatnenie nachádzajú aj výpočtovo náročné metódy lokalizácie, ako sú Markovova lokalizácia alebo lokalizácia pomocou Kalmanovho filtra.

Poďakovanie

Tento článok vznikol pri riešení projektu VEGA 1/0690/09 a KEGA 3/7307/09.

Literatúra

[1] SIEGWART, R., NOURBAKHSH, I. R.: Introduction to Autonomous Mobile Robots. Mas-sachusetts Institute of Technology, 2004. ISBN-13 978-0-262-19502-7.

[2] BRÄUNL, T.: Embedded Robotics (Mobile Robot Design and Applications with Embedded Systems). Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. ISBN-10 3-540-34318-0.

[3] BEKEY, G. A.: Autonomous Robots (From Biological Inspiration to Implementation and Control). Massachussets Institute of Technology, 2005. ISBN 0-262-02578-7.

[4] NIEMULLER, T., WIDYADHARMA, S.: Artificial Intelligence - An Introduction to Robotics. In: proseminar Artificial Intelligence, 2003.

[5] WELCH, G., BISHOP, G.: An Introduction to the Kalman Filter. Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, 2006.

prof. Ing. Ladislav Jurišica, PhD.,

Ing. František Duchoň, PhD.
Slovenská technická univerzita
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Ústav riadenia a priemyselnej informatiky
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava
e-mail: ladislav.jurisica@stuba.sk
frantisek.duchon@stuba.sk