

Jednoduché seřízení regulátorů metodou SIMC

Miluš Vítěčková

Abstrakt

Článek stručně popisuje jednoduchou metodu seřizování regulátorů navrženou Skogestadem pro regulované soustavy s dopravním zpožděním. Metoda dává dobré výsledky i při použití poměrně hrubé aproximace přenosů regulovaných soustav. Použití je ukázáno na příkladech.

Klíčová slova: metoda SIMC, seřizování regulátorů, dopravní zpoždění, PID

Úvod

Průmyslová praxe vyžaduje jednoduché a výpočetně nenáročné metody seřizování regulátorů, které dávají přijatelnou kvalitu a robustnost regulace i při velmi zjednodušených náhradních modelech regulovaných soustav. Mezi takové metody patří např. Zieglerova – Nicholsova metoda přechodové charakteristiky [Ziegler – Nichols, 1942], metody vycházející z regulace s interním modelem (IMC – Internal Model Control, λ – tuning) [Ogunnaike – Ray, 1994], metoda požadovaného modelu [Vítěčková, 1992; Vítěčková, 1996] atd. Popisovaná metoda rovněž mezi ně patří. Vychází z regulace s vnitřním modelem, a proto autor navrhuje nazývat ji metodou SIMC, což podle něho lze chápat jako „SIMple Control“ nebo „Skogestad IMC“ [Skogestad, 2001; Skogestad, 2003; Skogestad, 2004].

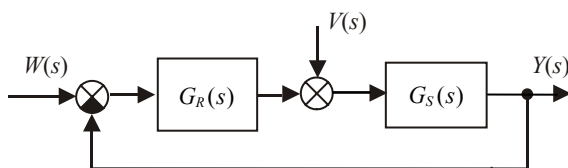
1. Metoda SIMC

Metoda SIMC vychází z regulace s interním modelem (IMC) a pro návrh regulátoru lze použít známý vztah pro přímou syntézu [Skogestad, 2001; Skogestad, 2003; Skogestad, 2004]

$$G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{wy}^*(s)}{1 - G_{wy}^*(s)}, \quad (1)$$

$$G_{wy}^*(s) = \frac{Y(s)}{W(s)},$$

kde $G_R(s)$ je přenos regulátoru, $G_S(s)$ – přenos regulované soustavy, $G_{wy}^*(s)$ – požadovaný přenos řízení regulačního obvodu (obr. 1), $W(s)$ – obraz žádané veličiny, $V(s)$ – obraz poruchové veličiny, $Y(s)$ – obraz regulované veličiny.



Obr.1 Schéma regulačního obvodu

Fig.1 Control system scheme

Souvislost mezi přímou syntézou a návrhem regulátoru metodou IMC je uvedena např. v [Ogunnaike – Ray, 1994]. V podstatě všechny tyto metody vycházejí z velmi obecné metody inverze dynamiky.

Postup návrhu bude ukázán pro regulovanou soustavu s přenosem

$$G_S(s) = \frac{k_1}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-T_d s}, \quad T_1 \geq T_2, \quad (2)$$

kde k_1 je koeficient přenosu regulované soustavy, T_1 a T_2 – časové konstanty, T_d – dopravní zpoždění.

Předpokládá se, že požadovaný přenos řízení regulačního obvodu má tvar

$$G_{wy}^*(s) = \frac{1}{T_w s + 1} e^{-T_d s}, \quad (3)$$

kde T_w je časová konstanta regulačního obvodu.

Po dosazení (2) a (3) do (1) se dostane

$$G_R(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{k_1} \frac{1}{T_w s + 1 - e^{-T_d s}}. \quad (4)$$

Použitím aproximace

$$e^{-T_d s} \approx 1 - T_d s \quad (5)$$

se ze vztahu (4) obdrží přenos regulátoru PID s interakcí, tj. přenos regulátoru PID:

$$G_R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) (1 + T_D s), \quad (6a)$$

$$k_p = \frac{T_1}{k_1(T_w + T_d)}, \quad T_I = T_1, \quad T_D = T_2. \quad (6b)$$

Volbou časové konstanty T_w lze získat různé rychlé odezvy, ale současně i odpovídající požadavky na akční veličinu.

Seřízení [Arbogast – Cooper – Rice, 1995]:

$$\text{agresivní} \quad 0,1T_1 < T_w < 0,8T_d, \quad (7a)$$

$$\text{střední} \quad T_1 < T_w < 8T_d, \quad (7b)$$

$$\text{konzervativní} \quad 10T_1 < T_w < 80T_d. \quad (7c)$$

Je zřejmé, že čím agresivnější bude seřízení, tím rychlejší bude odezva, ale tím současně budou větší nároky na akční veličinu.

Někdy se časová konstanta T_w označuje písmenem λ a pak se hovoří o λ -seřízení.

Seřízení podle vztahů (6) dává velmi kvalitní a rychlou odezvu na změnu žádané veličiny $w(t)$, ale v případě

$$T_1 \gg T_d \quad (8)$$

velmi pomalou odezvu na změnu poruchové veličiny $v(t)$ působící na vstupu regulované soustavy, viz obr. 1. Z tohoto důvodu Skogestad algoritmus (6) modifikuje, a to volbou integrační časové konstanty T_I podle vztahu

$$T_I = \min[T_1, 4(T_w + T_d)]. \quad (9)$$

Po uvažování (9) se obdrží vztahy pro hodnoty stavitelných parametrů pro metodu SIMC, viz řádky 4 a 5 v tab. 1. Výsledné hodnoty stavitelných parametrů regulátorů jsou označeny hvězdičkou. Odpovídající vztahy pro hodnoty stavitelných parametrů regulátoru PID bez interakce s přenosem

$$G_R(s) = k_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \quad (10)$$

se získají přepočtem, viz řádky 6 a 7 v tab. 1 [Šulc – Vítečková, 2004].

Je zřejmé, že obdobným způsobem se pro regulovanou soustavu s přenosem

$$G_S(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s} \quad (11)$$

a požadovaný přenos řízení (3) obdrží řádky 2 a 3 v tab. 1.

	Regulovaná soustava	Regulátor				Poznámka
		Typ	k_P^*	T_I^*	T_D^*	
1	$k_1 e^{-T_d s}$	I	–	$k_1(T_w + T_d)$	–	–
2	$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{T_1}{k_1(T_w + T_d)}$	T_1	–	$T_1 \leq 4(T_w + T_d)$
3			$\frac{T_1}{k_1(T_w + T_d)}$	$4(T_w + T_d)$	–	$T_1 > 4(T_w + T_d)$
4	$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PID _i	$\frac{T_1}{k_1(T_w + T_d)}$	T_1	T_2	$T_1 \leq 4(T_w + T_d)$
5			$\frac{T_1}{k_1(T_w + T_d)}$	$4(T_w + T_d)$	T_2	$T_1 > 4(T_w + T_d)$
6		PID	$\frac{T_1 + T_2}{k_1(T_w + T_d)}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$	$T_1 \leq 4(T_w + T_d)$
7	$\frac{T_1[T_2 + 4(T_w + T_d)]}{4k_1(T_w + T_d)^2}$		$T_2 + 4(T_w + T_d)$	$\frac{4T_2(T_w + T_d)}{T_2 + 4(T_w + T_d)}$	$T_1 > 4(T_w + T_d)$	
8	$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{1}{k_1(T_w + T_d)}$	$4(T_w + T_d)$	–	–
9	$\frac{k_1}{s(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PID _i	$\frac{1}{k_1(T_w + T_d)}$	$4(T_w + T_d)$	T_2	–
10		PID	$\frac{T_2 + 4(T_w + T_d)}{4k_1(T_w + T_d)^2}$	$T_2 + 4(T_w + T_d)$	$\frac{4T_2(T_w + T_d)}{T_2 + 4(T_w + T_d)}$	–
11	$\frac{k_1}{s^2} e^{-T_d s}$	PID _i	$\frac{1}{4k_1(T_w + T_d)^2}$	$4(T_w + T_d)$	$4(T_w + T_d)$	–
12		PID	$\frac{1}{2k_1(T_w + T_d)^2}$	$8(T_w + T_d)$	$2(T_w + T_d)$	–

Tab.1 Hodnoty stavitelných parametrů regulátorů pro metodu SIMC s ladicím parametrem T_w

	Regulovaná soustava	Regulátor			Poznámka	
		Typ	k_p^*	T_I^*		T_D^*
1	$k_1 e^{-T_d s}$	I	–	$2k_1 T_d$	–	
2	$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{T_1}{2k_1 T_d}$	T_1	–	$T_1 \leq 8T_d$
3			$\frac{T_1}{2k_1 T_d}$	$8T_d$	–	$T_1 > 8T_d$
4	$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PID _i	$\frac{T_1}{2k_1 T_d}$	T_1	T_2	$T_1 \leq 8T_d$
5			$\frac{T_1}{2k_1 T_d}$	$8T_d$	T_2	$T_1 > 8T_d$
6		PID	$\frac{T_1 + T_2}{2k_1 T_d}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$	$T_1 \leq 8T_d$
7			$\frac{T_1(T_2 + 8T_d)}{16k_1 T_d^2}$	$T_2 + 8T_d$	$\frac{8T_2 T_d}{T_2 + 8T_d}$	$T_1 > 8T_d$
8		$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{1}{2k_1 T_d}$	$8T_d$	–
9	$\frac{k_1}{s(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PID _i	$\frac{1}{2k_1 T_d}$	$8T_d$	T_2	–
10		PID	$\frac{T_2 + 8T_d}{16k_1 T_d^2}$	$T_2 + 8T_d$	$\frac{8T_2 T_d}{T_2 + 8T_d}$	–
11	$\frac{k_1}{s^2} e^{-T_d s}$	PID _i	$\frac{1}{16k_1 T_d^2}$	$8T_d$	$8T_d$	–
12		PID	$\frac{1}{8k_1 T_d^2}$	$16T_d$	$4T_d$	–

Tab.2 Hodnoty stavitelných parametrů regulátorů pro metodu SIMC

V případě, že platí (8), lze přenos (11), resp. (2) pro pracovní kmitočty $\omega \gg \frac{1}{T_1}$ nahradit přenosy s integračním charakterem, tj.

$$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s} = \frac{k_1}{T_1} \frac{1}{s + \frac{1}{T_1}} e^{-T_d s} \approx \frac{k_1}{T_1} \frac{1}{s} e^{-T_d s}, \quad (12)$$

resp.

$$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s} = \frac{k_1}{T_1} \frac{1}{(s + \frac{1}{T_1})(T_2 s + 1)} e^{-T_d s} \approx \frac{k_1}{T_1} \frac{1}{s(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}. \quad (13)$$

Protože se předpokládá splnění (8), tj. $T_1 \gg T_d \Rightarrow T_1 > 4(T_w + T_d) \Rightarrow T_1^* = 4(T_w + T_d)$, a proto uvažováním vztahu (12), resp. (13) ve vztazích v řádku 8, resp. 9 se získají vztahy odpovídající řádku 3, resp. 5 v tab. 1.

Je tedy zřejmé, že jejich seřízení je stejné [Skogestad, 2001; Skogestad, 2003; Skogestad, 2004].

Další modifikace Skogestada spočívá v tom, že doporučuje volit

$$T_w = T_d. \quad (14)$$

Volby (9) a (14) zaručují poměrně rychlou odezvu na poruchovou veličinu $v(t)$ působící na vstupu regulované soustavy a současně zaručují dobrou robustnost seřízení [Skogestad, 2001; Skogestad, 2003; Skogestad, 2004], viz tab. 2.

Případy v řádcích 1, 2, 4 a 6 v tab. 2 jsou shodné s metodou požadovaného modelu (dříve nazývanou metodou inverze dynamiky) pro relativní překmit $\kappa \approx 0,05$ (5 %) [Vítečková, 1992; Vítečková, 1996; Šulc – Vítečková, 2004].

2. Úprava přenosů regulovaných soustav

Přenos regulované soustavy je vhodné získat odpovídající identifikační metodou přímo v některém z tvarů uvedených v tab. 1 nebo 2. Pokud přenos regulované soustavy nemá vhodný tvar pro použití metody SIMC, je ho třeba upravit.

Vzhledem k robustnosti metody SIMC lze použít libovolnou úpravu, viz např. [Vítečková, 1996; Šulc – Vítečková, 2004].

Skogestad doporučuje používat empirické „pravidlo poloviny“ [Skogestad, 2001; Skogestad, 2003; Skogestad, 2004]. Za předpokladu, že přenos regulované soustavy má tvar s nestabilními nulami

$$G_S(s) = \frac{\prod_j (1 - \tau_{j0}s)}{\prod_i (T_{i0}s + 1)} e^{-T_{d0}s}, \quad (15)$$

$$T_{i0} \geq T_{i+1,0} > 0, \tau_{j0} \geq 0,$$

pak na základě „pravidla poloviny“ se pro náhradní přenos (11) dostane

$$T_1 = T_{10} + \frac{T_{20}}{2}, \quad T_d = T_{d0} + \frac{T_{20}}{2} + \sum_{i \geq 3} T_{i0} + \sum_j \tau_{j0}, \quad (16)$$

resp. pro přenos (2)

$$T_1 = T_{10}, \quad T_2 = T_{20} + \frac{T_{30}}{2}, \quad (17)$$

$$T_d = T_{d0} + \frac{T_{30}}{2} + \sum_{i \geq 4} T_{i0} + \sum_j \tau_{j0}.$$

Úprava přenosu se stabilními nulami je poněkud složitější a je možno ji nalézt např. v [Skogestad, 2001; Skogestad, 2003; Skogestad, 2004].

3. Příklady

Příklad 1

Pro regulovanou soustavu s přenosem

$$G_S(s) = \frac{1}{(6s+1)(4s+1)(2s+1)} e^{-3s} \quad (18)$$

je třeba seřídit regulátory PI a PID metodou SIMC pro $T_w = T_d$ (časové konstanty a dopravní zpoždění jsou v sekundách).

Řešení:

V souladu s „pravidlem poloviny“ lze psát ($T_{10} = 6$, $T_{20} = 4$, $T_{30} = 2$, $T_{d0} = 3$, $k_1 = 1$):

a) Náhradní přenos (11) [viz (16)]:

$$T_1 = T_{10} + \frac{T_{20}}{2} = 8, \quad T_d = T_{d0} + \frac{T_{20}}{2} + T_{30} = 7,$$

$$G_S(s) = \frac{1}{(6s+1)(4s+1)(2s+1)} e^{-3s} \approx \frac{1}{8s+1} e^{-7s}. \quad (19)$$

Protože $T_1 < 8T_d$, na základě řádku 2 v tab. 2 se dostane

$$k_P^* = 0,57; \quad T_I^* = 8.$$

b) Náhradní přenos (2) [viz (17)]:

$$T_1 = T_{10} = 6, \quad T_2 = T_{20} + \frac{T_{30}}{2} = 5, \quad T_d = T_{d0} + \frac{T_{30}}{2} = 4,$$

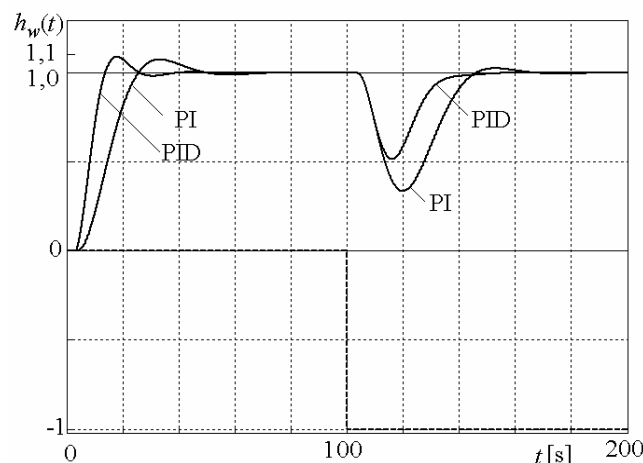
$$G_S(s) = \frac{1}{(6s+1)(4s+1)(2s+1)} e^{-3s} \approx \frac{1}{(6s+1)(5s+1)} e^{-4s}. \quad (20)$$

Protože $T_1 < 8T_d$, na základě řádku 6 v tab. 2 se dostane

$$k_P^* = 1,38; \quad T_I^* = 11; \quad T_D^* = 2,73.$$

Odezvy na jednotkovou skokovou změnu polohy žádané veličiny $w(t) = \eta(t)$ a poruchové veličiny $v(t) = -\eta(t - 100)$ jsou ukázány na obr. 2. Z jejich průběhů je zřejmé, že metoda SIMC dává i při velmi hrubé aproximaci přenosů regulovaných soustav výsledky, které mohou být s úspěchem využívány v technické praxi.

Použitím metody požadovaného modelu se pro relativní překmit $\kappa \approx 0,05$ získají téměř shodné průběhy [Šulc – Vítečková, 2004]. Vyšší překmitky jsou způsobeny aproximací přenosu regulované soustavy.



Obr.2 Odezvy regulačního obvodu seřízeného metodou SIMC na jednotkové skokové změny žádané a poruchové veličiny - příklad 1

Fig.2 Responses of control system tuned by SIMC method for unit step changes of desired and disturbance variables - example 1

Příklad 2

Pro regulovanou soustavu s přenosem

$$G_S(s) = \frac{1-2s}{(10s+1)(6s+1)(s+1)} \quad (21)$$

je třeba seřídit regulátory PI a PID metodou SIMC pro $T_w = T_d$ (časové konstanty a dopravní zpoždění jsou v sekundách).

Řešení:

Podobně jako v předešlém příkladě 1 v souladu s „pravidlem poloviny“ lze psát ($T_{10} = 10$, $T_{20} = 6$, $T_{30} = 1$, $\tau_{10} = 2$, $k_1 = 1$):

a) Náhradní přenos (11) [viz (16)]:

$$T_1 = T_{10} + \frac{T_{20}}{2} = 13, \quad T_d = \frac{T_{20}}{2} + T_{30} + \tau_{10} = 6,$$

$$G_S(s) = \frac{1-2s}{(10s+1)(6s+1)(s+1)} \approx \frac{1}{13s+1} e^{-6s}. \quad (19)$$

Pro $T_1 < 8T_d$ na základě řádku 2 v tab. 2 se dostane

$$k_P^* = 1,08; \quad T_I^* = 13.$$

b) Náhradní přenos (2) [viz (17)]:

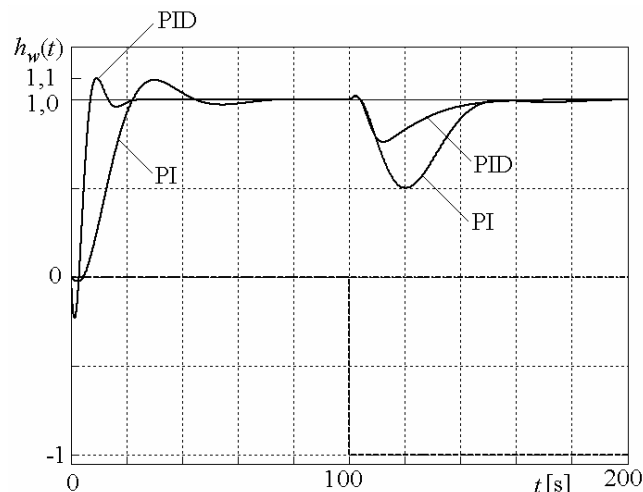
$$T_1 = T_{10} = 10; T_2 = T_{20} + \frac{T_{30}}{2} = 6,5;$$

$$T_d = \frac{T_{30}}{2} + \tau_{10} = 2,5;$$

$$G_s(s) = \frac{1-2s}{(10s+1)(6s+1)(s+1)} \approx \frac{1}{(10s+1)(6,5s+1)} e^{-2,5s}. \quad (20)$$

Protože $T_1 < 8T_d$, na základě řádku 6 v tab. 2 se dostane

$$k_p^* = 3,3; T_i^* = 16,5; T_D^* = 3,94.$$



Obr.3 Odezvy regulačního obvodu seřizovaného metodou SIMC na jednotkové skokové změny žádané a poruchové veličiny - příklad 2

Fig.3 Responses of control system tuned by SIMC method for unit step changes of desired and disturbance variables - example 2

Odezvy na jednotkovou skokovou změnu polohy žádané veličiny $w(t) = \eta(t)$ a poruchové veličiny $v(t) = -\eta(t - 100)$ jsou ukázány na obr. 3. Z jejich průběhů je zřejmé, že metoda SIMC dává i v tomto případě při velmi hrubé aproximaci přenosů regulovaných soustav dobré výsledky.

Použitím metody požadovaného modelu se pro relativní překmit $\kappa \approx 0,05$ získají rovněž téměř shodné průběhy [Šulc – Vítečková, 2004]. Vyšší překmity jsou způsobeny aproximací přenosu regulované soustavy.

Závěr

V článku je poměrně podrobně popsána metoda seřizování konvenčních analogových regulátorů SIMC pro běžné typy regulovaných soustav. Její jednoduchost dává dobré předpoklady pro praktickou využitelnost.

Pro nekmitavé regulované soustavy s náhradními přenosy se setrvačností prvního nebo druhého řádu a s dopravním zpožděním při splnění podmínky $T_1 \leq 8T_d$ ($T_w = T_d$) je metoda SIMC ekvivalentní s metodou požadovaného modelu pro

zvolený relativní překmit okolo 5 % [Vítečková, 1992; Vítečková, 1996; Šulc – Vítečková, 2004].

Článek vznikl v rámci řešení projektu GAČR 101/06/0491.

Literatura

- [1] ARBOGAST, J., COOPER, D. J., RICE, R. C. (1995): Model – Based Tuning Methods for PID Controllers. http://www.bin95.com/PID_Controller_Desing.htm.
- [2] OGUNNAIKE, B. A., RAY, W. H. (1994): Process Dynamics, Modeling and Control. Oxford University Press, New York – Oxford.
- [3] SKOGESTAD, S. (2001): Probably the best simple PID tuning rules in the world. Paper no. 276h presented at AIChE Annual meeting, pp. 1-28, Reno, NU, USA, November 19.
- [4] SKOGESTAD, S. (2003): Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. Journal of Process Control 13, pp. 291-309.
- [5] SKOGESTAD, S. (2004): Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. Modeling, Identification and Control, vol. 25, No 2, pp. 52-120.
- [6] ŠULC, B., VÍTEČKOVÁ, M. (2004): Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. Vydavatelství ČVUT, Praha.
- [7] VÍTEČKOVÁ, M. (1992): Využití metod inverze dynamiky při syntéze systémů řízení. Kandidátská disertační práce, FS VŠB – TUO, Ostrava.
- [8] VÍTEČKOVÁ, M. (1996): Syntéza číslicových a analogových regulačních obvodů metodou inverze dynamiky. Habilitační práce, FS VŠB – TUO, Ostrava.
- [9] ZIGLER, J. G., NICHOLS, N. B. (1942): Optimum Settings for Automatic Controllers. Transactions of the ASME. November, pp. 759-768.

Abstract

The article briefly describes the simple controller tuning method, which was developed by Skogestad for plants with time delay. The SIMC method gives good results even for rough approximation of plant transfer functions. The use is shown in the examples.

doc. Ing. Miluše Vítečková, CSc.

VŠB – TU Ostrava
Fakulta strojní
Katedra automatizační techniky a řízení
17. listopadu 15
708 33 Ostrava-Poruba, Česká republika
Tel.: + 420 59 732 4493
E-mail: miluse.viteckova@vsb.cz