Kinematický model kolového, smykem řízeného robota

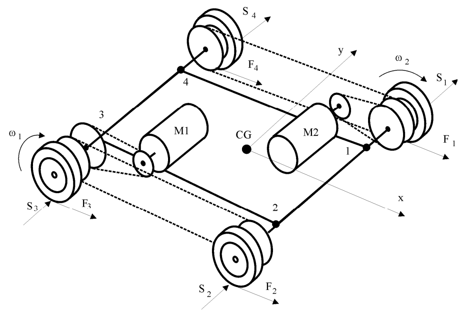
Šolc František, Tomáš Neužil, Jakub Hrabec, Jaroslav Šembera

Abstrakt
Článek popisuje matematický model smykem řízeného kolového robota. Robot je tvořen čtyřkolovým podvozkem u kterého jsou postranní dvojice kol spojeny řetězem. Kola jedné dvojice mají tedy vždy stejnou rychlost a robot tak může měnit směr svého pohybu pouze smykem. Pohyb takového stroje je pak většinou popisován jeho dynamickým modelem. Článek ukazuje možnost jak lze za určitých předpokladů získat jednodušší – kinematický model takového stroje.

Klíčová slova: smykem řízený robot, kolový robot, diferenciální podvozek, kinematický model, dynamický model

Úvod

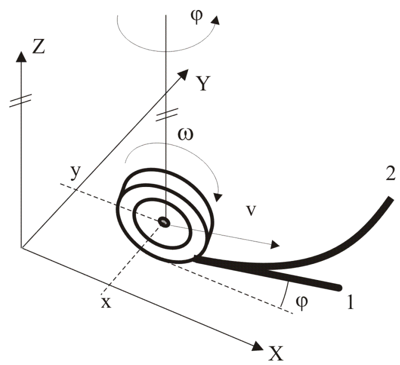
Roboty používající smykem řízený podvozek jsou poměrně hojně rozšířené. Vyskytují se ve dvou variantách, pásové a kolové. Jejich výhodou je především velmi jednoduchá a robustní konstrukce, velmi dobrá průchodivost obtížným terénem a dobrá manévrovatelnost v takovém terénu (robot je např. schopen otáčet se na místě). V pásové podobě se používají téměř výhradně v otevřeném terénu pro vojenské, zemědělské nebo stavební aplikace [1]. Kolové typy jsou ale často využívány i v méně náročném průmyslovém, nebo dokonce ve školním a laboratorním prostředí, viz např. robot Pioneer 3-AT fy MOBILEROBOTS Inc. Jistou nevýhodou těchto strojů je, kromě vyšší spotřeby energie, složitý model jejich pohybu. Proto je většina takových strojů řízena člověkem. V následujícím textu je modelován kolový podvozek jehož schéma je uvedeno na Obr.1.



Obr.1 Schéma smykem řízeného kolového robota

Fig.1 Skid steered wheeled robot

Pohyb smykem řízených podvozků nelze obecně popsat relativně jednoduchým kinematickým modelem jako tomu je u podvozků s tzv. neholonomním omezením, jejichž kola se ideálně valí t.zn. nedochází u nich ani ke smyku ani k prokluzu kol. Typickými představiteli takových podvozků jsou podvozky s diferenciálně řízenými koly, nebo tzv. Ackermanův podvozek [2]. Pohyb podvozků s neholonomním omezením lze pro malé rychlosti pohybu popsat rovnicemi jejich kinematiky t.j. bez uvážení jejich hmotnosti a bez uvážení sil, které jsou k jejich pohybu potřebné. Pro popis pohybu podvozků řízených smykem už musíme vzít v úvahu hmotnosti a síly, musíme tedy použít rovnice dynamiky. K vysvětlení použijeme jednoduchý příklad kola které se pohybuje ve vodorovné rovině XY viz Obr.2.



Obr. 2 Kolo pohybující se v rovině

Fig. 2 Motion of a wheel in XY plane

Kolo o poloměru *r* je kolmé k rovině XY, otáčí se kolem osy rovnoběžné s rovinou XY s úhlovou rychlostí ω a je řízeno kolem osy jdoucí jeho středem a kolmé k rovině XY. Úhel řízení je φ. Pokud nedochází k prokluzu ani smyku kola je jeho pohyb po obecné dráze popsán rovnicemi kinematiky

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 \\ \sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r\omega \\ \varepsilon \end{bmatrix} \tag{1}$$

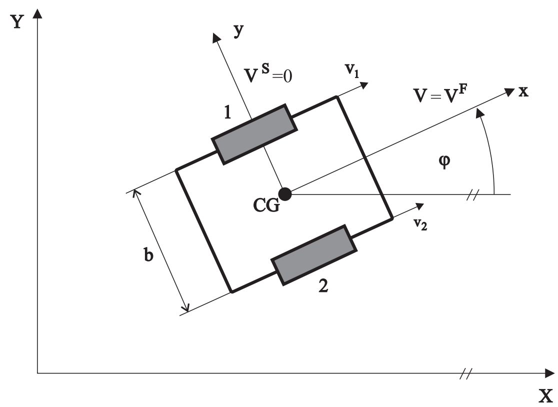
Omezení pohybu kola dané rovnicí (1) je neholonomní, je vyjádřeno v rychlostech pohybu a nelze je převést na prostý funkční vztah který by v každém časovém okamžiku udával vztah mezi polohou kola $[x,y,\varphi]^T$, úhlem řízení φ a celkovým úhlem (délkou) o který se kolo odvalí. Záleží totiž na tom jaký byl časový průběh veličin φ a $r\omega$ do tohoto okamžiku. Kolo se např. dostane do různých poloh když vyjede z nulových počátečních podmínek odvalí se o 1m a pak se potočí o $\varphi=90^\circ$, nebo když se napřed pootočí o $\varphi=90^\circ$ a pak se odvalí o 1m. Jestliže se bude kolo valit po přímkové dráze 1, viz Obr.2, ale bude při pohybu prokluzovat nemůžeme model (1) použít protože už nebude platit, že rychlost pohybu kola V je dána součinem $r\omega$ a musíme vzít v úvahu prokluz, který ovšem závisí na silách, které působí mezi kolem a podložkou XY.

Vzhledem k tomu, že smykem řízené podvozky jsou určeny především pro pohyb v nestrukturovaném venkovním prostředí objevuje se poměrně málo článků, které se zabývají jejich modelováním. Nicméně v poslední době se objevilo několik článků, které snaží modelovat pohyb těchto podvozků v rozumně definovaném strukturovaném prostředí. Někteří autoři uvádějí čistě dynamické modely a jejich řízení pak navrhují pomocí speciálních technik teorie nelineárních systémů [3]-[5]. Kinematický model je explicitně použit v [6] kde je vyjádřen maticí 3x2 koeficientů, které závisí na terénu. Model je získán experimentálně pomocí přídavných vlečných kol s pomocí lineární regrese naměřených dat. Experimentálně získaný kinematický model je uváděn také v [7]. V našem článku uvádíme model ekvivalentního diferenciálního podvozku, který je získán simulací z ověřeného dynamického modelu.

Zkoumaný podvozek robota je schematicky vyobrazen na Obr.1. Dvě postranní kola tvoří vždy pár spojený řetězem a poháněný samostatným motorem. Váha robota je cca 60kg, rozchod kol je 0.5m a rozvor je 0.4m. Robot je určen pro experimenty jak v laboratorním, resp. průmyslovém prostředí tak i pro experimenty v otevřeném terénu.

1. Kinematický model diferenciálně řízeného robota

Kinematický model neholonomního diferenciálně řízeného robota je sestaven za předpokladu dokonalého valení jeho kol, tedy pohybu bez prokluzu a smyku. Schematicky je tento podvozek nakreslen na Obr. 3.



Obr.3 Neholonomní podvozek s diferenciálním řízením

Fig.3 Nonholonomic platform

Obecně zřejmě nelze tvrdit, že pohyby smykem řízeného a diferenciálně řízeného stroje budou, při stejném rozchodu kol a stejných rychlostech kol, stejné.

Matematický model neholonomního podvozku z Obr. 3 je vyjádřen rovnicemi kinematiky (2). V rovnicích znamená b rozchod kol robota.

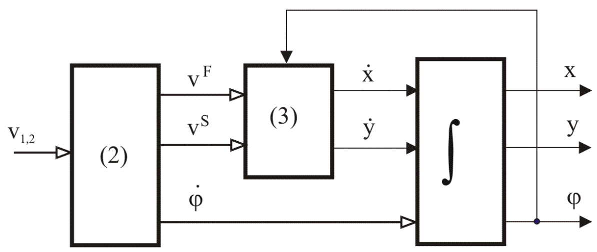
Rovnice vyjadřují podélnou V^F, stranovou V^S a otáčivou rychlost stroje v závislosti na obvodových rychlostech poháněných kol. v_1 , v_2.

$$\begin{aligned} V^F &= \frac{v_1+v_2}{2} \\ V^S &= 0 \\ \dot{\varphi} &= \frac{v_2-v_1}{b} \end{aligned} \qquad (2)$$

Složky rychlosti referenčního bodu COG v pevném vztažném systému pak jsou

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V^F\cos\varphi - V^S\sin\varphi \\ \dot{y} &= V^F\sin\varphi + V^S\cos\varphi \end{aligned} \qquad (3)$$

Polohu COG robota v pevném vztažném systému pak získáme integrací složek rychlostí z rovnice (3). Orientaci získáme integrací otáčivé rychlosti z rovnice (2). Model tedy můžeme vyjádřit následujícím simulačním schématem.



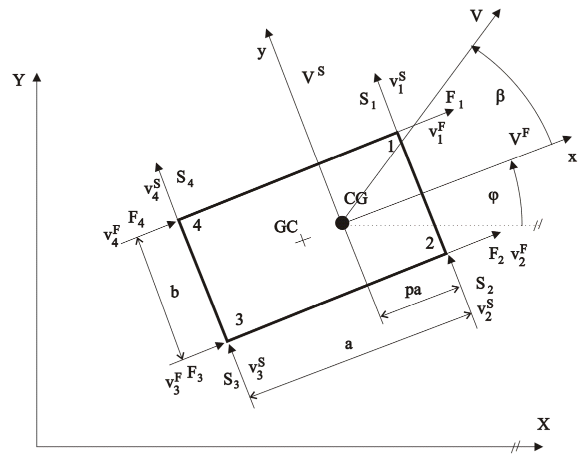
Obr. 4 Model diferenciálně řízeného robota

Fig. 4 Model of differentially steered robot

V jednotlivých blocích simulačního modelu jsou uvedeny rovnice které jsou v nich počítány.

2. Dynamický model smykem řízeného robota

Schematický nákres smykem řízeného robota, podle kterého je sestaven jeho dynamický model je uveden na Obr. 5.



Obr. 5 Geometrie smykem řízeného robota

Fig. 5 Geometry of the skid-steered robot

Jednotlivé symboly v Obr. 5 představují:

F	podélné síly, které vyvíjejí jednotlivá kola
S	stranové síly, které vyvíjejí jednotlivá kola
a	rozvor kol
b	rozchod kol
V^F	podélná rychlost stroje

V^S stranová rychlost stroje
φ orientace stroje
v^F podélná rychlost osy kola
v^S podélná rychlost osy kola
COG těžiště stroje
GC geometrický střed stroje
p parametr podélné polohy těžiště <0;1>

Konstrukce zkoumaného stroje je taková, že COG leží v ose stroje.
Pohyb COG je pak vyjádřen rovnicemi dynamiky (4)

$$
\begin{aligned}
M\ddot{x} &= \sum_{i=1}^{i=4} F_1 \cos\varphi - \sum_{i=1}^{i=4} S_i \sin\varphi \\
M\ddot{y} &= \sum_{i=1}^{i=4} F_1 \sin\varphi + \sum_{i=1}^{i=4} S_i \cos\varphi \\
J\ddot{\varphi} &= (-F_1 + F_2 + F_3 - F_4)\frac{b}{2} + \\
&+ (S_1 + S_2)pa - (S_3 + S_4)(1-p)a
\end{aligned}
\tag{4}
$$

ve kterých představuje M... hmotnost stroje a J... moment setrvačnosti stroje vzhledem k COG. Pokud budeme znát podélné a stranové síly F a S snadno vypočítáme levé strany (4) a po patřičné integraci budeme schopni vypočítat rychlost pohybu i polohu stroje. Určení sil F a S které vznikají při prokluzu a smyku pohonných kol je tedy kritické pro získání věrohodného modelu. Pro výpočet těchto sil jsme nejprve použili model pneumatiky uváděný v [8], ukázalo se však, že model kolabuje pro velký poměr v^S /v^F rychlostí kol. Použili jsme proto model, který počítá tyto síly s použitím modifikace Coulombova modelu smykového tření [9],[10]. Náš model předpokládá, že každé kolo v kontaktu s podložkou prokluzuje v podélném směru prokluzovou rychlostí

$$
v_s = v - v^F \tag{5}
$$

kde v představuje obvodovou rychlost kola.

Ve stranovém směru je pak prokluzová rychlost kola v^S, viz Obr. 5.

Celková prokluzová rychlost kola, udávající vzájemnou rychlost kontaktu kolo-podložka pak je

$$
v_f = \sqrt{v_s^2 + (v^S)^2} \tag{6}
$$

Síla P kterou přenáší kontakt kola s podložkou je pak určena Coulombovým modelem

$$
\begin{aligned}
P &= Cv_f & \quad pro \quad v_f \le \frac{\mu_0 W}{C} \\
&= \mu_0 W & \quad pro \quad v_f > \frac{\mu_0 W}{C}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

kde W představuje tíhu která zatěžuje kolo, μ_0 je koeficient tření a C je tuhost pneumatiky.

Tato síla se pak rozloží v podélném a stranovém směru v poměru prokluzových rychlostí

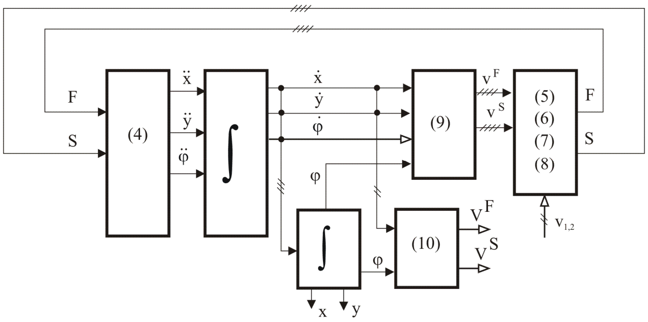
$$
\begin{aligned}
F &= P\frac{v_s}{v_f} \\
S &= -P\frac{v^S}{v_f}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Tento model prokázal dobrou shodu s modelem pneumatiky z [8] a je schopen pracovat s mnohem větším poměrem rychlostí v^S /v^F.

K dokončení modelu je potřeba ještě určit vztah mezi podélnými a stranovými rychlostmi kol a absolutní rychlostí COG včetně otáčivé rychlosti. Tento vztah je dán následujícími rovnicemi kinematiky

$$
\begin{aligned}
v_1^F &= v_4^F = \dot{x}\cdot\cos\varphi + \dot{y}\cdot\sin\varphi - \frac{b}{2}\dot{\varphi} \\
v_2^F &= v_3^F = \dot{x}\cdot\cos\varphi + \dot{y}\cdot\sin\varphi + \frac{b}{2}\dot{\varphi} \\
v_1^S &= v_2^S = -\dot{x}\cdot\sin\varphi + \dot{y}\cdot\cos\varphi + pa\dot{\varphi} \\
v_3^S &= v_4^S = -\dot{x}\cdot\sin\varphi + \dot{y}\cdot\cos\varphi - (1-p)a\dot{\varphi}
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Dynamický model stroje je tedy oproti modelu uváděnému v kapitole 1 mnohem složitější. Simulační schéma modelu je uvedeno na následujícím obrázku.



Obr. 6 Dynamický model smykem řízeného robota

Fig. 6 Dynamical model of the skid-steered robot

V jednotlivých blocích simulačního modelu jsou uvedeny rovnice které jsou v nich počítány. Navíc je ve schématu uvedena rovnice (10), která provádí výpočet podélné a stranové rychlosti COG robota.

$$
\begin{aligned}
V^F &= \dot{x}\cos\varphi + \dot{y}\sin\varphi \\
V^S &= -\dot{x}\sin\varphi + \dot{y}\cos\varphi
\end{aligned}
\tag{10}
$$

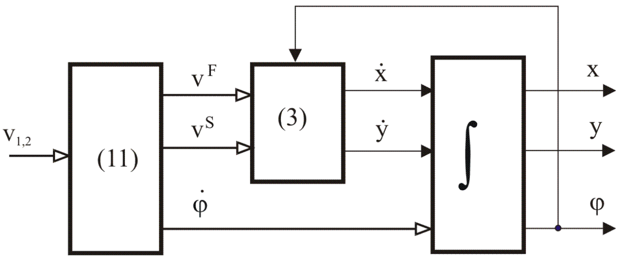
3. Kinematický model smykem řízeného robota

Dynamická reakce smykem řízeného stroje je velmi rychlá. Systém přejde při skokové změně rychlostí v_1,v_2 do ustáleného stavu za méně než 1sec. Robot se tak po většinu času nachází v ustáleném stavu. V ustáleném stavu jsou pak rychlosti V^F a V^S konstantní a odpovídají hodnotám v_1,v_2 řídicích rychlostí. Můžeme tak experimentálně získat obecně nelineární zobrazení

$$
\begin{aligned}
V^F &= f_1(v_1, v_2) \\
V^S &= f_2(v_1, v_2) \\
\dot{\varphi} &= f_3(v_1, v_2)
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Porovnáme-li toto zobrazení s (2) vidíme, že principiálně souhlasí s kinematickým modelem neholonomního diferenciálně řízeného podvozku u kterého je ale zobrazení řídicích rychlostí na podélnou, stranovou a otáčivou rychlost lineární.

Model smykem řízeného stroje je tedy vyjádřen obdobným simulačním schématem jako model diferenciálně řízeného podvozku, viz Obr. 7.



Obr. 7 Kinematický model smykem řízeného robota

Fig. 7 Kinematic model of the skid-steered robot

Experimentální zjištění zobrazení (11) je ovšem velmi zdlouhavé. Mnohem rychlejší je zjištění tohoto zobrazení simulací dynamického modelu za předpokladu věrohodnosti tohoto modelu. V Tab.1 je uveden příklad vypočítaných hodnot f_3 z rovnic (11) z níže uvedeného verifikačního pokusu.

$v_1 \backslash v_2$	-0,50	-0,40	-0,30	-0,20	-0,10	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
0,50	-1,24	-1,11	-0,99	-0,86	-0,74	-0,61	-0,49	-0,37	-0,25	-0,12	0,00
0,40	-1,12	-0,99	-0,87	-0,74	-0,62	-0,49	-0,37	-0,25	-0,12	0,00	0,12
0,30	-1,00	-0,87	-0,74	-0,62	-0,49	-0,37	-0,25	-0,12	0,00	0,12	0,25
0,20	-0,88	-0,75	-0,62	-0,50	-0,37	-0,25	-0,12	0,00	0,12	0,25	0,37
0,10	-0,75	-0,62	-0,50	-0,37	-0,25	-0,12	0,00	0,12	0,25	0,37	0,49
0,00	-0,63	-0,50	-0,37	-0,25	-0,12	0,00	0,12	0,25	0,37	0,49	0,61
-0,10	-0,50	-0,37	-0,25	-0,12	0,00	0,12	0,25	0,37	0,49	0,62	0,74
-0,20	-0,38	-0,25	-0,12	0,00	0,12	0,25	0,37	0,50	0,62	0,74	0,86
-0,30	-0,25	-0,12	0,00	0,12	0,25	0,37	0,50	0,62	0,74	0,87	0,99
-0,40	-0,12	0,00	0,12	0,25	0,37	0,50	0,62	0,75	0,87	0,99	1,11
-0,50	0,00	0,12	0,25	0,38	0,50	0,63	0,75	0,88	1,00	1,12	1,24

Tab. 1 Vypočítané hodnoty funkce f_3 z rovnic (11)

4. Verifikace modelu

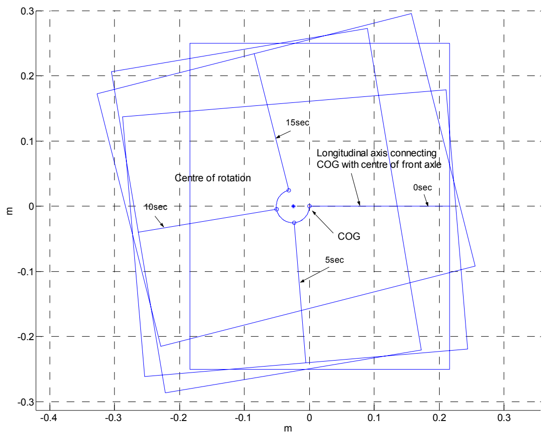
Verifikační pokusy byly provedeny na robotu U.T.A.R. viz Obr. 7.

Obr. 7 Robot U.T.A.R

Fig. 7 Robot U.T.A.R

Geometrické rozměry a hmotnost robota jsou uvedeny již v úvodní kapitole. Experiment byl prováděn na homogenním povrchu. Pomocí vah a siloměrů byl zjištěn koeficient tření μ_0=0.61. COG leží v podélné ose robota a jeho pozice je charakterizována hodnotou p=0.54. Hodnota momentu setrvačnosti J=2kgm^2 byla orientačně vypočtena z rozměrů a hmotnosti robota. Koeficient tuhosti pneumatik byl odhadnut na C=5000Nms^{-1}. Poslední dvě hodnoty nemají podstatný vliv na chování robota v ustáleném stavu. Výsledky simulačních experimentů jsou uvedeny v Tab.1 a na následujících obrázcích. Výsledky simulace byly ověřovány reálným experimentem.

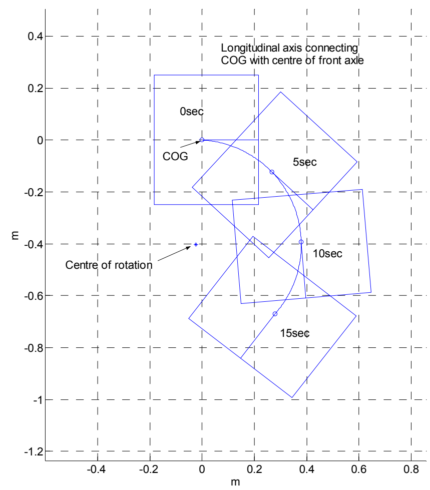
Experiment č.1 byl proveden s rychlostmi v_2=0,12ms^{-1} a v2=-0,12ms^{-1}. Simulovaný robot se pohyboval s rychlostí COG V=0.007ms^{-1} a otáčivou rychlostí -0.30rads^{-1}. COG opisoval kruh o poloměru 0.025m.



Obr. 8 Výsledky simulace pohybu robota při v_1=-0,12ms^{-1} a v_2=0,12ms^{-1}

Fig. 8 Results of simulations of the skid-steering for v_1=-0,12ms^{-1} a v_2=0,12ms^{-1}

Experiment č.2 byl proveden s rychlostmi v_1=0,12ms^{-1} a v_2=0ms^{-1}. Simulovaný robot se pohyboval s rychlostí COG V=0.06ms^{-1} a otáčivou rychlostí -0.14rads^{-1}. COG opisoval kruh o poloměru 0.4m.

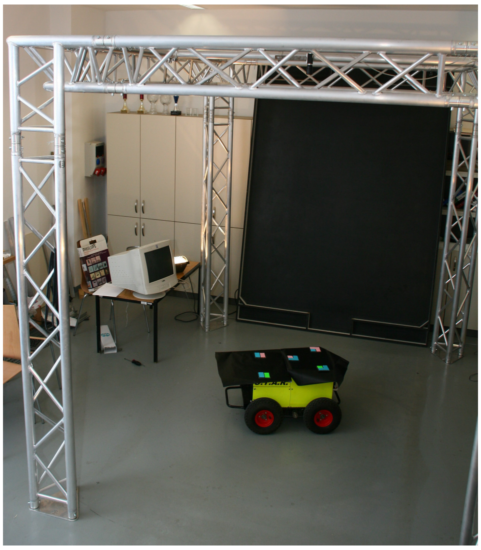


Obr. 9 Výsledky simulace pohybu robota při v_1=0 ms^{-1} a v_2=0,12ms^{-1}

Fig. 9 Results of simulations of the skid-steering for v_1=0 ms^{-1} a v_2=0,12ms^{-1}

Výsledky reálného experimentu č.1 byly: rychlost V=0, otáčivá rychlost -0.31rads^{-1}, poloměr otáčení byl neměřitelný.

Výsledky reálného experimentu č. 2 byly: rychlost $V=0.07ms^{-1}$, otáčivá rychlost byla $0.15rads^{-1}$, poloměr otáčení 0.45m.
Při reálném experimentu se robot pohyboval pod kamerou, která zaznamenávala jeho pohyb viz Obr.10. Záznam byl vyhodnocen po provedení experimentu.



Obr. 10 Provedení reálného experimentu

Fig. 10 Arrangement of real experiment

5. Závěr

Článek popisuje tvorbu quasi kinematického modelu smykem řízeného robota. Tento kinematický model je vytvořen pomocí věrnějšího, ale mnohem složitějšího dynamického modelu. Jeho hlavní výhodou je jeho jednoduchost. Např. pokud by se robot pohyboval po úsecích ve kterých by platilo $v_1=v_2$ nebo $v_1= -v_2$ zjistíme, jednoduchým porovnáním výsledků hodnot f_3 (11) z Tab. 1 s výrazem pro výpočet otáčivé rychlosti (2), že pohyb smykem řízeného stroje je stejný jako pohyb diferenciálně řízeného neholonomního robota s rozchodem 1.24m. Získaný kinematický model ovšem platí pouze pro pohyb robota na konkrétním vodorovném homogenním povrchu na kterém jsou dodrženy konstantní adhezní podmínky, které byly použity při tvorbě a simulaci dynamického modelu. I když je tedy věrohodnost kinematického modelu značně omezena může jeho použití zjednodušit řadu výpočtů, které mohou být potřebné jak pro návrh řídicího systému robota, tak pro on-line výpočty potřebné při samotném řízení v reálném čase.

Poděkování

Práce vznikla s finanční podporou projektu MŠMT 1M0567

Literatura

[1] L. Champeny-Barnes, S. Coppersmith, K. Dowling, “The Terregator mobile robot”, Carnegie Mellon Univ. Pittsburgh, Pensylvania, Tech. Rep. CMU-RI-TR-93-03, 1991.

[2] Siegwart, R., Nourbakshsh, I.R. “Introduction to Autonomous Mobile Robots”, A Bradford Book, MIT Press, London,1970

[3] Carraciolo L., De Luca A., Ianniti S. “Trajectory Tracking control of a Four-wheel Differentially Driven mobile Robot”. Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. 1999.

[4] Kozlowski, K., Pazderski, D. “Modelling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot”, Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., vol. 14, no 4, pp. 477-496, 2004.

[5] Colyer R.E., Economou J.T. “Modelling and Simulation of Skid-Steer Wheeled Vehicles”. Proceedings of the 17th IASTED Int. Conf. Modelling, Identification and Control. 1998.

[6] Anousaki, G.C., Kyriakopulos, K.,J. “Simultaneous Localization and Map Building of Skid-Steered Robots”. IEEE R&A Magazine, No. 1, March, 2007.

[7] Mandow, A., Martínez, J.L., Morales, J., Blanco, J.L. ”Experimental kinematics for wheeled skid-steer mobile robots”. IROS Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Oct. 29, 2007, SanDiego, CA USA.

[8] Wong, J.Y. (1978). “Theory of Ground Vehicles”. J.Willey.1978.

[9] Laura, R. Ray. “Nonlinear Tire Force Estimation and Road Friction”. Automatica, Vol.33, No10. 1997.

[10] Armstrong-Helouvry, B. “Control of machines with friction”. Automatica. . 1994.

Abstract

The paper introduces mathematical models of a skid steered mobile platform for robotics. The platform consists of a rectangular steel construction with four wheels. Two banks of two drive wheels on each side are linked to two DC electrical motors via chain on sprocket drive and gearing. The two drive assemblies for the left and right banks are identical but they operate independently to steer the vehicle by skid. Wheels of the vehicle consist of rims and shallow tread pneumatic tyres. Dynamic and quasi-kinematic models are introduced.

Prof. Ing. František Šolc,CSc.

Vysoké učení technické v Brně
Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií
Ústav automatizace a měřicí techniky
Kolejní 4
612 00 Brno
E-mail: solc@feec.vutbr.cz